

ISSN 2500-0403

ВЕСТНИК
БАЛТИЙСКОГО
ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
им. И. КАНТА

Серия
Физико-математические
и технические науки

№ 1

Калининград
Издательство Балтийского федерального университета
им. Иммануила Канта
2022

Редакционная коллегия

А. В. Юров, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта (главный редактор);
С. В. Мацневский, канд. физ.-мат. наук, доц., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта (ответственный редактор); *Н. Л. Великанов*, д-р техн. наук, проф., Институт транспорта и технического сервиса, БФУ им. И. Канта; *В. Е. Захаров*, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта; *А. И. Иванов*, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта; *С. А. Ишанов*, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта; *С. Б. Лебле*, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта; *И. В. Карпов*, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта; *С. И. Корягин*, д-р техн. наук, проф., Институт транспорта и технического сервиса, БФУ им. И. Канта; *С. П. Кшевцевский*, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта; *И. Б. Петров*, д-р физ.-мат. наук, проф., чл.-кор. РАН, факультет управления и прикладной математики, Московский физико-технический институт (государственный университет); *А. А. Шананин*, д-р физ.-мат. наук, проф., чл.-кор. РАН, факультет управления и прикладной математики, Московский физико-технический институт (государственный университет); *Б. Н. Четверушкин*, д-р физ.-мат. наук, проф., академик РАН, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН; *А. А. Шпилевой*, канд. физ.-мат. наук, доц., Институт физико-математических наук и информационных технологий, БФУ им. И. Канта

Учредитель

Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта

Редакция

236001, Россия, Калининград, ул. Гайдара, 6

Издатель

236022, Россия, Калининград, ул. Чернышевского, 56

Типография

236001, Россия, Калининград, ул. Гайдара, 6

Издание зарегистрировано в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-65005 от 04 марта 2016 г.

Тираж 300 экз.

Дата выхода в свет 27.02.2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Информатика и компьютерные системы

<i>Алецкая В. А.</i> Модернизация системы сотовой связи в городе Светлогорске на основе сети пятого поколения.....	5
<i>Войтешинок Ю. В.</i> Построение карты глубины изображения для портативных устройств.....	14
<i>Бока И. В., Бока А. А., Толстель О. В., Михеенко Д. В.</i> Доработки программного обеспечения роботизированных установок нанесения клея на стекла для внедрения на предприятии «Автотор».....	21
<i>Ефимов А. А., Алещенко А. Н.</i> Проектирование широкополосной сети доступа.....	27
<i>Шпилевой А. А., Персичкин А. А.</i> О возможности аналитического обнаружения сигнала ПЭМИН в видеоинтерфейсах стандарта HDMI.....	34
<i>Ткаченко С. Н., Казакова Д. А., Демин С. А.</i> Способы обеспечения надежной обработки информации в децентрализованных приложениях.....	40
<i>Токарев В. В., Першина А. А.</i> Разработка системы мониторинга и управления микроклиматом помещения.....	45
<i>Былинский М. Д.</i> Защита приложений JavaScript с помощью Web Cryptography API.....	53
<i>Филатова М. Г.</i> Сеть сотовой связи пятого поколения на территории национального парка.....	61
<i>Сачёва А., Джармагамбетов А., Картушин А. П.</i> Обзор мировых тенденций в области 3D-технологий.....	67

Математика и математическое моделирование

<i>Васильева Е. А.</i> Оптимальные параметры и уточненные оценки скорости сходимости касательного разложения.....	77
<i>Выборнов Н. А., Протасевич М. Н.</i> Разработка математической модели процесса барботирования ракетного топлива жидким азотом.....	90
<i>Кривогузова А. С., Васютенко Д. М.</i> Анализ применения математического моделирования в геологии.....	101

Теоретическая и экспериментальная физика

<i>Верещагина И. С.</i> Основные термодинамические параметры в неидеальном газе и скорость звука на основе различных уравнений состояния.....	108
---	-----

CONTENTS

Informatics and computer systems

<i>Aletskaya V.A.</i> Modernization of the cellular communication system in the city of Svetlogorsk based on the fifth generation network	5
<i>Voiteshonok Yu. V.</i> Building an image depth map for portable devices.....	14
<i>Boka I. V., Boka A.A., Tolstel O.V., Mikheenko D.V.</i> Improvements in the software for robotic installations for applying glue to glass for implementation at the enterprise "Avtotor"	21
<i>Efimov A.A., Aleshchenko A.N.</i> Broadband access network design.....	27
<i>Shpilevoy A.A., Persichkin A.A.</i> On the possibility of analytical detection of the TEMPEST signal in HDMI video interfaces	34
<i>Tkachenko S.N., Kazakova D.A., Demin S.A.</i> Ways to ensure reliable information processing in decentralized applications.....	40
<i>Tokarev V.V., Pershina A.A.</i> Development of a monitoring and control system for the indoor microclimate.....	45
<i>Bylinsky M.D.</i> Securing JavaScript applications with Web Cryptography API.....	53
<i>Filatova M.G.</i> Cellular communication network of the fifth generation in the territory of the national park.....	61
<i>Sachyova A., Jarmagambetov A., Kartushin A.P.</i> Overview of global trends in 3D technologies.....	67

Mathematics and math modeling

<i>Vasilyeva E.A.</i> Optimal parameters and sharp estimates of the convergence rate of the tangent expansion	77
<i>Vybornov N.A., Protasevich M.N.</i> Development of a mathematical model for the process of rocket fuel bubbling with liquid nitrogen	90
<i>Krivoguzova A.S., Vasyutenko D.M.</i> Analysis of the application of mathematical modeling in geology.....	101

Theoretical and experimental physics

<i>Vereshchagina I.S.</i> Basic thermodynamic parameters in a non-ideal gas and the speed of sound based on various equations of state	108
--	-----

УДК 621.39; 537.86

В. А. Алецкая

**МОДЕРНИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ СОТОВОЙ СВЯЗИ
В ГОРОДЕ СВЕТЛОГОРСКЕ
НА ОСНОВЕ СЕТИ ПЯТОГО ПОКОЛЕНИЯ**

5

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия
Поступила в редакцию 20.02.2022 г.
Принята к публикации 04.03.2022 г.

Для цитирования: *Алецкая В. А. Модернизация системы сотовой связи в городе Светлогорске на основе сети пятого поколения // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 5 – 13.*

Проанализирована существующая сеть сотовой связи в городе Светлогорске. Обоснована целесообразность внедрения сетей пятого поколения. С учетом плотности застройки и рельефа местности выбраны модели распространения сигнала, произведен расчет бюджета радиоканала, радиуса зоны уверенного радиоприема, количества базовых станций. Определено оптимальное расположение базовых станций сотовой связи на территории города Светлогорска.

Ключевые слова: мобильная радиосвязь, сети 5G (пятого поколения), диапазон частот 5G, базовая станция, бюджет радиоканала, радиус зоны уверенного радиоприема

Увеличение числа и динамики пользователей на ограниченной территории, а также внедрение новых услуг ведут к значительному увеличению объема абонентского трафика. Это приводит к снижению качества обслуживания, поскольку существующие системы перестают в полной мере удовлетворять постоянно растущие потребности пользователей. Отсюда следует, что внедрение новых технологий в систему связи и модернизация существующей системы являются актуальной задачей на сегодняшний день.

Цель данной работы – моделирование сети связи в городе Светлогорске на основе технологии 5G, которая позволит оснастить город высокоскоростной, надежной мобильной связью с малыми задержками.

При построении сети 5G должны учитываться сети уже существующих стандартов. Необходимо произвести оценку имеющейся системы



сотовой связи в Светлогорске. Для проведения анализа выбраны четыре оператора, являющиеся лидерами рынка мобильной связи: «МТС», «МегаФон», «Билайн» и «Tele2».

Услугами «МТС» пользуется более 100 млн абонентов. Компания имеет большую розничную сеть и насчитывает около 6 тыс. торговых точек. Сети 3G и 4G оператора МТС охватывают большую часть территории города Светлогорска, а именно жилые зоны, поселки, центр города. В Светлогорске насчитывается 5 базовых станций МТС [1].

«МегаФон» — оператор, сочетающий разнообразные предложения для различных типов абонентов. Данный провайдер насчитывает около 76 млн российских абонентов. Как и предыдущий оператор, «МегаФон» покрывает своими сетями большую часть Светлогорска. В зонах густой и высокой растительности наблюдается отсутствие сети. Покрытие 4G до 150 Мбит/с охватывает только центр города. Насчитывается 8 базовых станций компании «МегаФон», благодаря которым обеспечивается связь четвертого поколения [1].

«Билайн». Данный провайдер предоставляет своим клиентам особую выгоду от использования услуг мобильной связи, а также интернета, так как компания имеет самое большое число стран-партнеров в роуминге. В России количество подключенных абонентов превышает 60 млн. По сравнению с предыдущими двумя операторами покрытие города сетями 3G и 4G «Билайн» хуже. На территории города расположено 8 базовых станций LTE данной компании [1].

«Tele2» занял свое место в четверке лидеров недавно и насчитывает около 40 млн абонентов. Высокоскоростное интернет-соединение и недорогие тарифы с доступом к глобальной сети являются отличительными чертами оператора. Сети 3G и 4G «Tele2» почти полностью покрывают территорию Светлогорска, насчитывается 5 базовых станций LTE [1].

Таким образом, Светлогорск обладает неплохим покрытием сетями третьего и четвертого поколения. Однако в связи с активным развитием технологий существующая связь в городе не способна в полной мере удовлетворить растущие потребности пользователей. Применение технологии 5G позволит обеспечить город Светлогорск высокоскоростной надежной мобильной связью с малыми задержками.

На сегодняшний день различают три основных диапазона 5G: низкочастотный (Low-band), среднечастотный (Mid-band) и высокочастотный (High-band) [2].

1. Низкочастотный диапазон: частоты ниже 1 ГГц. Базовая станция с низкой полосой пропускания может покрывать сотни квадратных миль и обеспечивать скорость передачи данных по нисходящему каналу от 30 до 75 Мбит/с. Низкочастотные сигналы легко проходят через здания и обеспечивают надежное покрытие внутри и снаружи помещений. Широкая зона покрытия низкочастотного диапазона дает возможность создать основу для Интернета вещей (IoT).

2. Среднечастотный диапазон: частоты 1–6 ГГц. Волны средней длины обеспечивают баланс между скоростью и дальностью действия,



покрывая большую территорию с высокой скоростью. Радиус действия базовой станции — от сотен метров до 2 км. Базовые станции 5G среднего диапазона могут передавать и принимать сигналы высокой пропускной способности на довольно больших территориях. Скорость загрузки около 115–223 Мбит/с для основной части трафика 5G в городских районах.

Говоря про диапазоны 5G, можно встретить такое выражение, как «золотой диапазон», подразумевающее диапазон частот 3,4–3,8 ГГц [2]. В настоящее время в России данный диапазон занят спецслужбами. В связи с этим для развертывания сетей 5G в России выделен частотный диапазон 4,7–4,9 ГГц.

3. Высокочастотный диапазон: частоты миллиметрового диапазона (mmWave) от 6 до 100 ГГц. Короткие волны покрывают небольшую площадь и способны к сверхбыстрой передаче данных. Радиус действия передатчика — не более 200 м. Работая в меньшем радиусе, он особенно полезен в местах массового скопления людей. Высокочастотный диапазон может одновременно обеспечивать большое количество высокоскоростных соединений, сосредоточенных на площади всего в один или два квартала, с небольшой сотовой станции, расположенной близко к уровню улицы. Высокочастотный диапазон чувствителен к таким нюансам, как здания, листва деревьев, погодные условия.

Для города Светлогорска характерно наличие густой растительности, высота которой может достигать 35 м, и холмистый рельеф. Высота зданий варьируется от 5 до 35 м.

По итогам анализа особенностей частотных диапазонов 5G и специфики местности города на проектируемой территории решено использовать среднечастотный диапазон 4,8–4,9 ГГц.

Базовые станции 5G состоят из активной антенной системы (active antenna system — AAS) и модуля основной полосы частот (baseband unit — BBU) [3]. Среди преимуществ активных антенных систем — наличие встроенного радиомодуля, адаптивное формирование луча, использование Massive MIMO, излучение на малых мощностях. Для проектируемой территории решено использовать активную антенную систему AAU5613 и модуль основной полосы частот BBU5900 от компании Huawei. Данное оборудование по своим характеристикам удовлетворяет требованиям и работает в выбранном диапазоне частот.

Чтобы покрыть город Светлогорск сетью пятого поколения, необходимо произвести расчет бюджета радиоканала, моделей распространения сигнала, радиуса зон покрытия базовой станции, количества базовых станций и радиуса зоны обслуживания базовой станции [4; 5]. Расчет производится для зон 1 и 2 исследуемой территории. Зона 1 охватывает центр города, соответственно, для нее характерна городская застройка. Эта зона представляет собой территорию с более высокой плотностью населения. Для зоны 2 характерна малоэтажная застройка с преобладанием частного сектора. Деление территории на зоны представлено на рисунке 1.

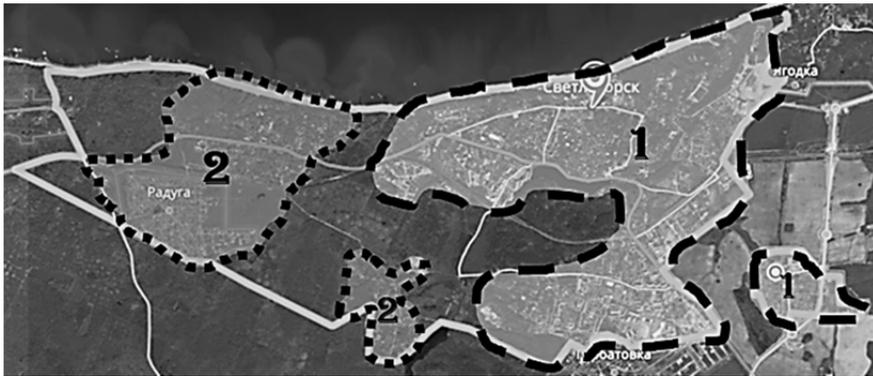


Рис. 1. Деление территории Светлогорска на две зоны

Расчеты проводились для метода модуляции 64QAM. В этом случае рассчитанные значения радиуса зоны покрытия и радиуса зоны обслуживания практически совпадают.

Для определения радиуса зоны покрытия базовой станции необходимо решить первое уравнение связи (1). Для этого найдем максимально допустимые потери на трассе распространения радиосигнала, то есть вычислим бюджет радиоканала:

$$L_{\text{МДП}} = PL(R), \quad (1)$$

где $L_{\text{МДП}}$, дБ – максимально допустимые потери на трассе; $PL(R)$, дБ – модель распространения радиосигнала, описывающая затухание.

Бюджет радиоканала рассчитывается по формуле (2) из значений эквивалентной изотропно-излучаемой мощности (ЭИИМ) на выходе антенны передатчика ($Tx_{\text{ЭИИМ}}$, дБм) (3); минимально необходимого уровня мощности на входе приемника ($Rx_{\text{мин}}$, дБм); потерь в системе, среди которых различают потери на проникновение в здание ($L_3 = 17$ дБ – для зоны 1; $L_3 = 12$ дБ – для зоны 2), потери в растительности ($L_p = 8,5$ дБ), потери в осадках ($L_o = 0$ дБ), потери в теле человека ($L_c = 3$ дБ), запас на потери, обусловленные медленными замираниями ($L_{\text{МЗ}} = 7$ дБ – для зоны 1; $L_{\text{МЗ}} = 6$ дБ – для зоны 2), и запас на интерференцию (DL: $L_u = 2$ дБ; UL: $L_u = 6$ дБ) [4]:

$$L_{\text{МДП}} = Tx_{\text{ЭИИМ}} - Rx_{\text{мин}} - L_3 - L_p - L_o - L_c - L_{\text{МЗ}} - L_u, \quad (2)$$

$$Tx_{\text{ЭИИМ}} = Tx_{\text{пер}} + 10 \cdot \log(N_{Tx}) - B_{Tx} + G_{Tx} + G_{\text{фл}}, \quad (3)$$

где $Tx_{\text{пер}}$, дБм – мощность излучения, приходящаяся на одну антенну (DL: 35 дБм; UL: 23 дБм); N_{Tx} – количество антенн передатчика (DL: $N_{Tx} = 64$; UL: $N_{Tx} = 4$); B_{Tx} , дБ – потери в передатчике (DL: 1 дБ; UL: 0 дБ); G_{Tx} , дБи – коэффициент усиления антенны передатчика (DL: 24 дБи; UL: 0 дБи); $G_{\text{фл}}$, дБ – выигрыш в усилении благодаря технологии формирования луча (10 дБ) [6].



Зная значения чувствительности приемника (R_x , дБм) (4), числа антенн приемника ($N_{Rx} = 64$), коэффициента усиления антенны приемника ($G_{Rx} = 24$ дБи) и потерь в приемнике ($B_{Rx} = 1$ дБ), найдем $R_{x_{мин}}$ по формуле (5) [6]:

$$R_x = NF + TN + SINR = NF - 174 + 10 \cdot \log(\Delta F) + SINR, \quad (4)$$

$$R_{x_{мин}} = R_x - 10 \cdot \log(N_{Rx}) - G_{Rx} + B_{Rx}, \quad (5)$$

где NF , дБ – коэффициент шума (DL: 7 дБ; UL: 3,5 дБ); TN , дБ – тепловой шум; $SINR$ – соотношение сигнал / шум и интерференция (DL: 13 для 64QAM; UL: 13 для 64QAM); ΔF , Гц – ширина полосы используемых частот (DL: 16,2 МГц; UL: 98,28 МГц).

Для расчета модели затухания при распространении сигнала обратимся к рекомендации 3GPP TS 38.901. Для зоны 1 выбрана модель распространения для городской застройки, которая рассчитывается по формуле (6). Модель распространения для зоны 2 рассчитывается по формуле (7).

$$PL1_{NLOS}(R_{3,n}) = 13,54 + 39,08 \cdot \lg(\sqrt{R_{3,n}^2 + (h_{bc} + h_{ac})^2}) + 20 \lg(f_c) - 0,6 \cdot (h_{ac} - 1,5), \quad (6)$$

$$PL2_{NLOS}(R_{3,n}) = 161,04 - 7,1 \cdot \lg(W) + 7,5 \cdot \lg(h) - (24,37 - 3,7 \cdot (\frac{h}{h_{bc}})^2) \cdot \lg(h_{bc}) + (43,42 - 3,1 \cdot \lg(h_{bc})) \cdot (\lg(\sqrt{R_{3,n}^2 + (h_{bc} + h_{ac})^2}) - 3) + 20 \lg(f_c) - (3,2 \cdot (\lg(11,75 \cdot h_{ac}))^2 - 4,97), \quad (7)$$

где h_{bc} , м – высота БС; h_{ac} , м – высота абонентской станции; f_c , ГГц – выбранная частота проектируемой сети; W , м – средняя ширина улиц; h , м – средняя высота зданий; $R_{3,n}$, м – радиус зоны покрытия БС.

Упростим формулы (6) и (7), применим формулу (1) и выразим радиус зоны покрытия БС для зоны 1 (8) и зоны 2 (9).

Для зоны 1: $h_{bc} = 25$ м; $h_{ac} = 1,5$ м:

$$R_{3,n} = \sqrt{(10^{\frac{L_{MPP} - 27,25}{39,08}})^2 - (h_{bc} - h_{ac})^2}. \quad (8)$$

Для зоны 2: $h_{bc} = 35$ м; $h_{ac} = 1,5$ м; $h = 5$ м; $W = 20$ м:

$$R_{3,n} = \sqrt{(10^{\frac{L_{MPP} - 26,54}{38,63}})^2 - (h_{bc} - h_{ac})^2}. \quad (9)$$

Для определения количества базовых станций и радиуса зоны обслуживания необходимо рассчитать максимальную пропускную способность базовой станции ($NT_{макс}$) (10) и среднюю пропускную способность сети (NT) (11).

$$NT_{макс}, \text{ Мбит} / \text{с} = 10^{-6} \cdot \sum_{j=1}^J \left[\nu \cdot Q_m \cdot f \cdot R_{макс} \cdot \frac{N_{PBR} \cdot 12}{T_S^\mu} \cdot (1 - OH) \right], \quad (10)$$

где количество сгенерированных несущих $J = 1$; количество потоков ММО $\nu = 4$; Q_m – порядок модуляции (6 – 64QAM); масштабируемый



фактор $f=1$; количество ресурсных блоков для выбранной полосы частот и нумерологии ($\mu=1$) $N_{PBR}=273$; максимальная скорость кодирования $R_{max}=0,926$; 12 – количество поднесущих в ресурсном блоке; средняя длительность OFDM-символа для данного значения нумерологии для нормального циклического префикса $T_s^\mu = \frac{10^{-3}}{14 \cdot 2^\mu}$; доля ресурсов, занимаемых каналами управления, для нисходящей линии (DL) $OH=0,14$ и восходящей линии (UL) $OH=0,08$ [5]:

$$NT = TU \cdot \sum SUT, \quad (11)$$

где TU – общее количество пользователей, пользующееся сотовой связью (8000 чел.); SUT – средняя пропускная способность одного пользователя (12);

$$SUT = \frac{T_{min} \cdot BHSA \cdot PR \cdot (1 + PAR)}{3600}, \quad (12)$$

где T_{min} – минимальная пропускная способность, обеспечивающая необходимое качество обслуживания для определенной услуги (13); $BHSA$ – занятость часового обслуживания; PAR – отношение максимального значения к среднему значению загрузки канала; PR – уровень проникновения услуги; 3600 – временной интервал (один час);

$$T_{min} = ST \cdot SDR \cdot BR \cdot \left(\frac{1}{1 - BLER} \right), \quad (13)$$

где ST – средняя продолжительность услуги; SDR – коэффициент использования услуги; BR – скорость передачи данных услуги; $BLER$ – вероятность блоковой ошибки.

Проектируемая сеть нацелена на оказание следующих видов услуг: передача речи, мультимедиа, файлов, текстовых сообщений, видеоконференцсвязь, использование веб-браузера. Значения необходимых параметров для расчета представлены в таблице 1 [7].

Таблица 1

Параметры услуг

Услуга	BHSA	PR, %	PAR, %	link	ST	SDR	BR, Мбит/с	BLER, %
Речь	0,1	1	20	DL:	120	0,6	0,03	1
				UL:	120	0,6	0,03	
Видеоконференция	0,2	10	20	DL:	3600	0,3	1	1
				UL:	3600	0,3	1	
Мультимедиа	1	30	20	DL:	3600	0,35	1,25	1
				UL:	3600	0,35	0,5	
Веб-браузер	2	80	20	DL:	1800	0,05	0,25	1
				UL:	1800	0,05	0,062	
Передача файлов	0,2	20	20	DL:	300	0,7	0,75	1
				UL:	300	0,7	0,14	
Сообщения	1	50	20	DL:	300	0,7	0,75	1
				UL:	300	0,7	0,141	

Количество базовых станций для каждой из зон определим по формуле

$$N_{\text{бс}} = \frac{NT}{NT_{\text{макс}}} + 1. \quad (14)$$

Радиус зоны обслуживания (16) выведем из формулы площади территории (15), обслуживаемой одной базовой станцией:

$$S_{\text{бс}} = \frac{S_3}{N_{\text{бс}}} = \pi R_{3,\text{об}}^2, \quad (15)$$

$$R_{3,\text{об}} = \sqrt{\frac{S_{\text{бс}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{S_3}{N_{\text{бс}} \cdot \pi}}, \quad (16)$$

где S_3 – площадь зоны 1 или зоны 2 ($S_{31} = 8,1 \text{ км}^2$; $S_{32} = 4,4 \text{ км}^2$).

Основные результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты расчетов

Параметр	DL/UL	Зона 1	Зона 2
$L_{\text{мдп}}$, дБ	DL	127,5	133,5
	UL	120	126
$R_{3,\text{п}}$, м	DL	360	580
	UL	230	370
$N_{\text{бс}}$	DL	68	30
	UL	145	63
$R_{3,\text{об}}$, м	DL	196	218
	UL	133	149

Таким образом, радиус зоны радиопокрытия базовой станции, при котором будет обеспечен приемлемый уровень сигнала для зоны 1, равен 133 м, а для зоны 2 – 149 м. Для обеспечения оптимального покрытия сетью 5G зоны 1 необходимо 145 базовых станций, а для зоны 2 – 63 базовые станции.

Размещение базовых станций на территории Светлогорска производилось на основании полученных расчетов (рис. 2).

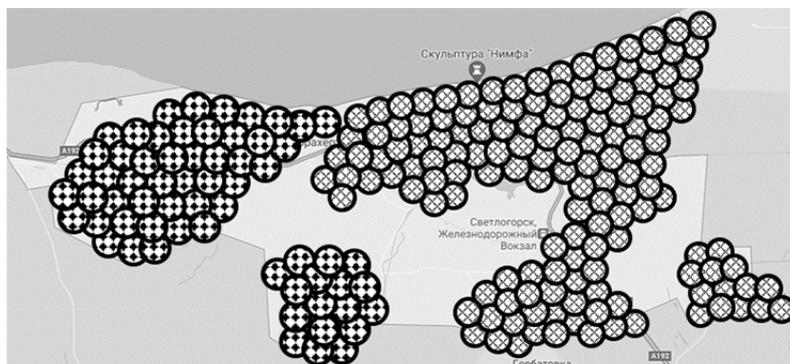


Рис. 2. Расположение БС на территориях зоны 1 и зоны 2:

⊗ – базовая станция зоны 1; ⊕ – базовая станция зоны 2



Покрывание спроектированной сети пятого поколения способно обеспечивать хороший уровень сигнала на исследуемой территории.

Таким образом, сформировано предложение по развитию системы сотовой связи на основе сети пятого поколения, способное обеспечить город Светлогорск качественной связью. Исходя из расчетов бюджета радиоканала, радиуса зоны покрытия, пропускной способности сети, радиуса зоны обслуживания определено количество и расположение базовых станций на территории города (рис. 2): 145 базовых станций, работающих в диапазоне 4,8–4,9 ГГц, с радиусом зоны радиопокрытия 133 м на территории зоны 1; 63 базовые станции, работающие в диапазоне 4,8–4,9 ГГц, с радиусом зоны радиопокрытия 149 м на территории зоны 2.

Список литературы

1. *Карта расположения базовых станций* // CellMapper. URL: <https://www.cellmapper.net> (дата обращения: 12.02.2022).
2. *Степунин А. Н., Николаев А. Д.* Мобильная связь на пути к 6G. 3-е изд. М.; Вологда, 2021. Т. 2.
3. *5g ultra lean site* // Huawei. URL: https://www.huawei.com/minisite/5g-ultra-lean-site-2019pdf_v1.0/5G-Ultra-Lean-Site-White-Paper_en.pdf (дата обращения: 12.02.2022).
4. *Рекомендации 3GPP; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); TS 38.901-g10.* URL: https://www.3gpp.org/ftp/specs/archive/38_series/38.901/38901-g10.zip (дата обращения: 12.02.2022).
5. *Рекомендации 3GPP; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); TS 38.306-g10.* URL: https://www.3gpp.org/FTP/Specs/archive/38_series/38.306/38306-g10.zip (дата обращения: 12.02.2022).
6. *Huawei AAU5613 Technical Specifications*, 2020.
7. *Ryan Rasyid Yusuf, Uke Kurniawan Usman, Yuyun Siti Rohmah.* Planning analysis of the expansion LTE and LTE-A network in garut district // e-Proceeding of Engineering – School of Electrical Engineering. 2018. Vol. 5, №1. URL: <https://pdfs.semanticscholar.org/7888/0c55acb0e3a049c3ad4682a1def3db0e8e1b.pdf> (дата обращения: 12.02.2022).

Об авторе

Виктория Александровна Алецкая – студ., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: VAletskaia@stud. kantiana.ru

V. A. Aletskaya

MODERNIZATION OF THE CELLULAR COMMUNICATION SYSTEM IN THE CITY OF SVETLOGORSK BASED ON THE FIFTH GENERATION NETWORK

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 20 February 2022

Accepted 03 April 2022

To cite this article: Aletskaya V.A. 2022, Modernization of the cellular communication system in the city of Svetlogorsk based on the fifth generation network, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 5–13.



Analyzed the existing cellular network in the city of Svetlogorsk. The expediency of introducing fifth generation networks is substantiated. Taking into account the building density and terrain, signal propagation models were selected, the radio channel budget, the radius of the zone of reliable radio reception, and the number of base stations were calculated. The optimal location of cellular base stations in the city of Svetlogorsk has been determined.

Keywords: mobile radio communication, 5G networks (fifth generation), 5G frequency range, base station, radio channel budget, radius of the reliable radio reception zone

The author

Victoria A. Aletskaya, Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: VAletskaya@stud.kantiana.ru

Ю. В. Войтешонок

ПОСТРОЕНИЕ КАРТЫ ГЛУБИНЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПОРТАТИВНЫХ УСТРОЙСТВ

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 24.02.2022 г.

Принята к публикации 10.03.2022 г.

14

Для цитирования: *Войтешонок Ю. В.* Построение карты глубины изображения для портативных устройств // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 14–20.

Приводится описание и сравнение алгоритмов построения стереоизображений с использованием одной или двух видеокамер для применения в портативном устройстве в режиме реального времени. На основе замеров производительности на наиболее распространенных процессорах одноплатных компьютеров выбран наиболее подходящий алгоритм.

Ключевые слова: стереоизображение, полуглобальное сопоставление блоков, сопоставление блоков, одноплатный компьютер, алгоритмы, сопоставление блоков

На данный момент разработано много способов получения информации об удаленности. В статье рассмотрены алгоритмы, пригодные для использования в портативных устройствах при построении двурмерного стереоизображения в реальном времени.

Наиболее сбалансированной технологией получения стереоизображений является метод, в котором используются разнесенные по одной оси видеокамеры, с применением алгоритмов сопоставления блоков. Данный метод при достаточной юстировке дает наиболее детальную и гладкую карту глубины. Существуют две наиболее популярные реализации алгоритма сопоставления блоков: алгоритм, использующий окно SAD для нахождения точек сопоставления между двумя изображениями, и метод полуглобального сопоставления блоков (SGBM).

Основной механизм алгоритма сопоставления блоков заключается в коррекции и выравнивании двух снятых изображений таким образом, чтобы сравнения проводились только вдоль отдельных строк. Далее алгоритм выполняет поиск строк в двух изображениях для сопоставления групп пикселей. Благодаря своей простоте и предварительной юстировке камер этот алгоритм достаточно быстр.



Для получения стереоизображения большинство алгоритмов обычно следуют четырем шагам [1]: вычисление стоимости сопоставления, агрегация стоимости, вычисление диспаратности, обработка диспаратности. Алгоритмы вычисления диспаратности делятся на локальные и глобальные методы. Локальные методы оценивают один пиксель за один проход, используя для вычислений только соседние пиксели. Это объясняет ошибки данных методов при обнаружении внезапных изменений глубины и окклюзий. Глобальные методы рассматривают информацию, доступную на всем изображении.

Полуглобальное сопоставление является компромиссом между вычислительной сложностью глобального метода и неизбежностью ошибок локального. В отличие от глобального, этот метод рассматривает небольшой блок пикселей. Данный метод также использует информацию от соседних пикселей в нескольких направлениях для вычисления диспаратности пикселя.

Алгоритм SGBM использует блочное полуглобальное сопоставление стоимости, которое сглаживается информацией из нескольких направлений (рис. 1). Этот алгоритм использует взаимную информацию в качестве меры локального сопоставления и повышает согласованность по направлениям, отличным от горизонтальной линии. Однако его вычислительная сложность выше предыдущего алгоритма.

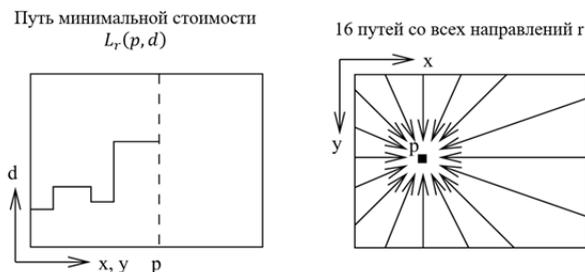


Рис. 1. Агрегация стоимости

На рисунке 2 показано, что алгоритм ищет соответствующий пиксель в левом изображении [2] среди D пикселей в правом изображении. Полученные значения D представляют собой уровни диспаратности D для пикселя в левом изображении. Часть левого изображения не используется, так как для них отсутствуют для сравнения пиксели в правом изображении.

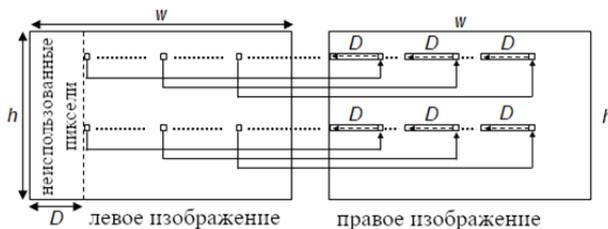


Рис. 2. Работа SGBM для двух входных изображений: w – ширина изображения, h – высота изображения



На рисунке 5 изображена истинная карта глубины.



17

Рис. 5. Истинная карта глубины

Программная реализация алгоритма SGBM взята из библиотеки OpenCV версии 4.5.1 [3]. Приложение вычисления карты глубины написано на Python. Для заданного изображения найдены значения `numDisparities` и `blockSize`. Их выбор осуществлялся на основе рекомендаций документации и сравнения результата с истинной картой глубины. Таким же образом использовался алгоритм BM.

Результаты работы SGBM приводятся на рисунке 6, для BM – на рисунке 7.

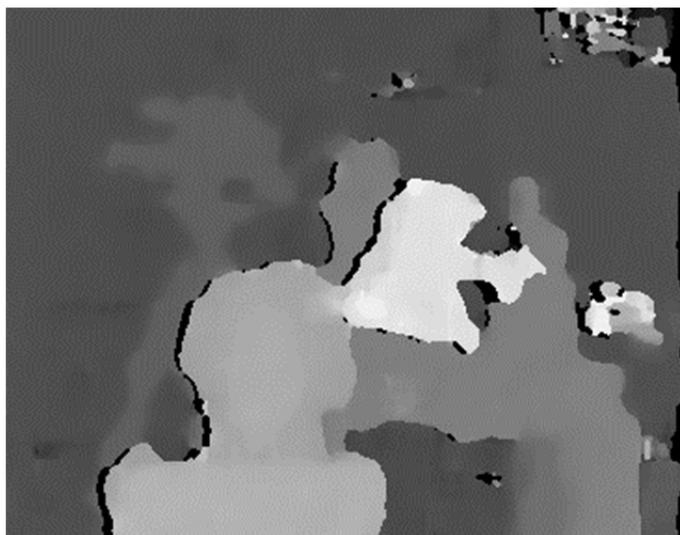


Рис. 6. Карта глубины, полученная при использовании SGBM

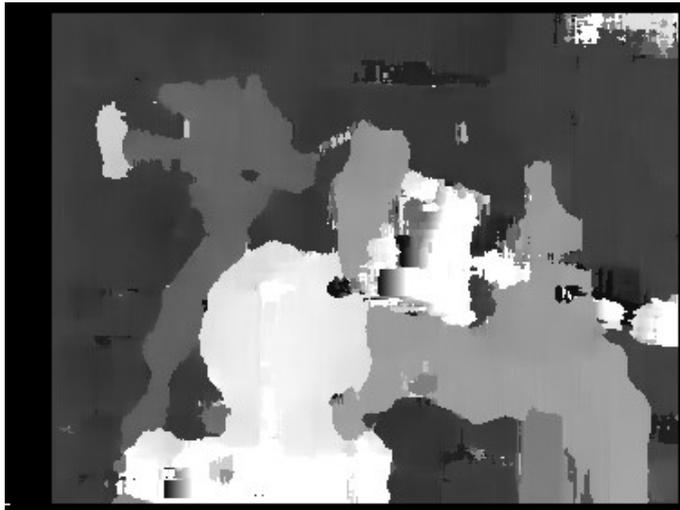


Рис. 7. Карта глубины, полученная при использовании ВМ

Для построения карты глубины на основе одного изображения с помощью FCRN использована его реализация для библиотеки TensorFlow [6]. Данная модель обучена для вычисления карты глубины из единичного входного RGB изображения из наборов данных NYU Depth v2 и Make3D для сцен в помещении и на улице соответственно [7]. Для простоты дальнейшего портирования для работы с моделью задействованся фреймворк TensorFlow. Полученная карта глубины для левого изображения показана на рисунке 8.

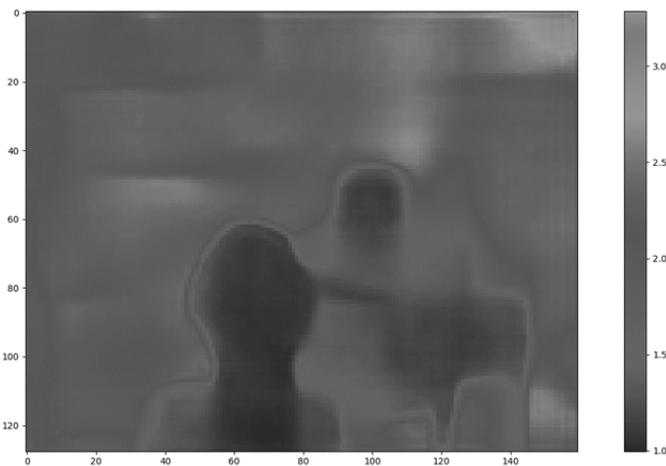


Рис. 8. Результат работы FCRN для левого изображения (рис. 4)

Как можно заметить, алгоритм SGBM вычисляет достаточно равномерную карту глубины, сохраняя большинство деталей. ВМ на рисун-



ке 7 предоставляет схожую с SGBM информацию об удаленности объектов, теряя незначительное количество информации. FCRN на рисунке 8 предоставляет меньше всего информации.

Тестирование алгоритмов проводилось для использования в SBC в переносном устройстве. Для SGBM как более сложного среди алгоритмов сопоставления блоков тесты проводились на BCM2711 (Broadcom) с ядром ARM A72 [8] (ARM v8) и BCM2835 (Broadcom) с микроархитектурой ARM1176JZF-S (ARM v6). Помимо очевидных различий в тактовой частоте, ISA BCM2711 расширяется SIMD по технологии Neon [9] (это отражено при компиляции OpenCV). Для изображения 384×288 время построения карты для BCM2711 составило 0,044 с, для BCM2835 – 0,74 с.

Исходя из проведенного сравнения трех алгоритмов построения карты глубины стереоизображения для переносных устройств можно сделать следующий вывод. Алгоритм простого сопоставления блоков имеет более низкую вычислительную сложность. Алгоритм SGBM работает медленнее простого сопоставления, но карта глубины изображения является более плавной и информативной. Алгоритм FCRN позволяет получить карту глубины при использовании одной камеры, но большой размер модели накладывает ограничения на ее использование. Таким образом, наиболее подходящим алгоритмом построения карты глубины изображения для использования в портативных устройствах в режиме реального времени является SGBM.

Список литературы

1. Spangenberg R., Langner T., Roja R. Computer Analysis of Images and Patterns // Weighted Semi-Global matching and Center-Symmetric Census Transform for Robust Driver Assistance. Berlin, 2013. P. 34–41.
2. Setyawan R., Sunoko R., Choiron M., Mudjirahardjo P. Implementation of Stereo Vision Semi-Global Block Matching Methods for Distance Measurement // Indonesian Journal of Electrical Engineering. 2018. №12 (2). P. 585–591.
3. Stereo datasets with ground truth. 2011 // Stereo datasets : [сайт]. URL: <https://vision.middlebury.edu/stereo/data/scenes2001/> (дата обращения: 04.05.2021).
4. Deeper Depth Prediction with Fully Convolutional Residual Networks. 2017 // GitHub : [сайт]. URL: <https://github.com/iro-cp/FCRN-DepthPrediction> (дата обращения: 02.01.2021).
5. Deeper Depth Prediction with Fully Convolutional Residual Networks. Stanford, 2016.
6. Cortex-A72 // Arm Developer : [сайт]. URL: <https://developer.arm.com/ip-products/processors/cortex-a/cortex-a72> (дата обращения: 23.03.2021).
7. Neon // Arm Developer : [сайт]. URL: <https://developer.arm.com/architectures/instruction-sets/simd-isas/neon> (дата обращения: 09.03.2021).

Об авторе

Юрий Владимирович Войтешонок – студ., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: JVVojteshonok@stud.kantiana.ru



Yu. V. Voiteshonok

BUILDING AN IMAGE DEPTH MAP FOR PORTABLE DEVICES

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 24 February 2022

Accepted 10 March 2022

To cite this article: Voiteshonok Yu. V. 2022, Building an image depth map for portable devices, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 14–20.

20

A description and comparison of algorithms for constructing stereo images using one or two video cameras for use in a portable device in real time is given. Based on performance measurements for the most common processors for single-board computers, the most appropriate approach was selected.

Keywords: stereo image, Semi-Global Block Matching, Block Matching, single board computer, algorithms, block matching

The author

Yury V. Voiteshonok, Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: JVVojteshonok@stud.kantiana.ru

И. В. Бока, А. А. Бока, О. В. Толстель, Д. В. Михеенко

**ДОРАБОТКИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ
РОБОТИЗИРОВАННЫХ УСТАНОВОК НАНЕСЕНИЯ КЛЕЯ
НА СТЕКЛА ДЛЯ ВНЕДРЕНИЯ НА ПРЕДПРИЯТИИ «АВТОТОР»**

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия
Поступила в редакцию 09.06.2022 г.
Принята к публикации 25.06.2022 г.

21

Для цитирования: Бока И. В., Бока А. А., Толстель О. В., Михеенко Д. В. Доработки программного обеспечения роботизированных установок нанесения клея на стекла для внедрения на предприятии «Автотор» // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 21–26.

Для автоматизации процесса нанесения клея на предприятии «Автотор» была внедрена роботизированная установка на линию сборки KIA/Hyundai, также планируется внедрить установку для нанесения клея на линию сборки BMW. В данной статье описываются доработки программного обеспечения для внедрения установок.

Ключевые слова: программируемый логический контроллер, ПЛК, KUKA, Allen-Bradley, Siemens

«Автотор» — один из крупнейших автопроизводителей России, производящий до 250 000 автомобилей в год. Данное предприятие специализируется на сборке автомобилей, сварке и покраске кузовов.

В настоящее время на предприятии функционирует линия сборки автомобилей KIA/Hyundai [1] и идут работы по созданию линии сборки автомобилей BMW. На линии сборки KIA/Hyundai была внедрена автоматизированная установка нанесения полиуретанового клея на стекла. Такую же установку планируется внедрить на линию сборки BMW.

Автоматизация процесса нанесения клея позволяет повысить качество и эффективность его нанесения. Повышение качества достигается за счет исключения возможности получить брак вследствие ошибки человека, а также за счет равномерного нанесения клея. Эффективность достигается благодаря более экономному расходу клея [2–4]. Опыт внедрения установки на линии сборки KIA/Hyundai показал снижение расхода клея примерно в 2 раза.

Установки нанесения клея были закуплены во время распродажи оборудования завода Ford в Санкт-Петербурге, а следовательно, рассчитаны на стекла автомобилей Ford. Для работы с автомобилями KIA/Hyundai и BMW требовалось доработать установки, в том числе их программное обеспечение.

Роботизированная установка нанесения клея (рис. 1) на стекла позволяет автоматизировать процедуру нанесения клея на лобовые, зад-



ние и боковые стекла в процессе сборки автомобилей. Также она позволяет наносить полиуретановый клей более плавно, чем это происходит при использовании пистолета для нанесения клея, так как клей промежуточно накапливается в поршне, из которого плавно выдавливается в момент нанесения.

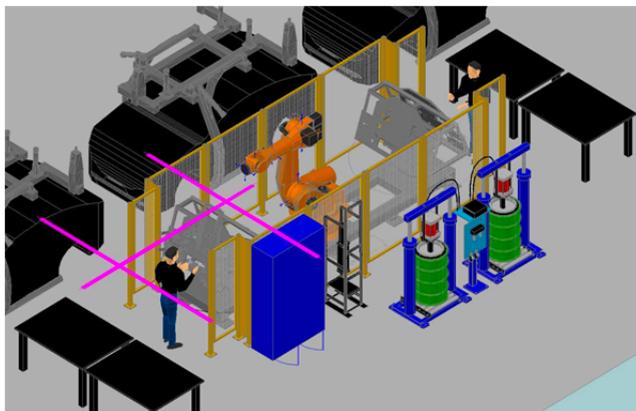


Рис. 1. Роботизированная установка для нанесения клея

Установка состоит из камер для размещения стекол с поворотными столами, робота KUKA KR 210 [5; 6] и его контроллера KR C2 [7–9], цистерн с клеем и шкафа автоматизации с главным контроллером.

В качестве главного контроллера установки для линии сборки KIA/Hyundai используется ПЛК Allen-Bradley Logix5561 [10], а для линии сборки BMW – Siemens S7-415 [11]. Для программирования ПЛК Allen-Bradley Logix5561 и Siemens S7-415 использовались IDE RSLogix 5000 [12] и SIMATIC Step 7 [13] соответственно.

Опишем процесс нанесения клея. Оператор устанавливает стекло в камеру с поворотным столом. После загрузки стекла в одну из оснасток на поворотном столе оператор должен выйти из защитной зоны ПЛК-сканера и нажать кнопку «Пуск» на операторском пульте управления. Лобовое или заднее стекло будет расположено в нужном положении с помощью центраторов, после этого положение будет зафиксировано с помощью вакуумных присосок и шаровых опор. Когда стекло окажется в правильном положении, ПЛК с помощью индуктивных датчиков или датчика линейного перемещения сможет распознать, стекло какой модели автомобиля загружено в камеру для нанесения клея. Это определяется программой, после чего модель будет записана в ПЛК и передана роботу KUKA KR 210 для того, чтобы выбрать траекторию нанесения клея для установленной модели автомобиля. Затем робот выполняет процедуру нанесения полиуретанового клея (рис. 2). После завершения роботом операции нанесения клея и освобождения защитной зоны поворотный стол снова поворачивается к оператору, стекло готово к выгрузке. Если оператор входит в защитную зону ПЛК-сканера (в этом случае начинает мигать оранжевый индикатор сканера), вакуумные присоски отжимаются (с них снимается вакуум) и начинается продувка воздухом, чтобы стекло можно было легко вынуть.

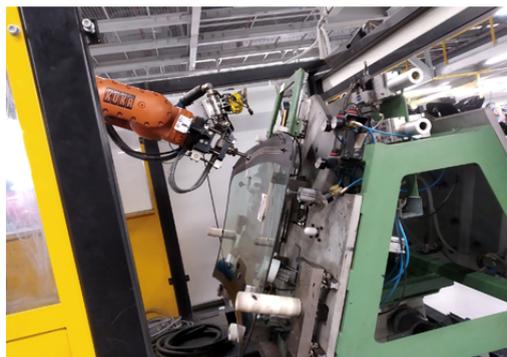


Рис. 2. Робот KUKA KR 210 в рабочем положении для нанесения клея

Для внедрения робота было необходимо запрограммировать главный контроллер на определение типа стекол собираемых автомобилей. Программы главных контроллеров были написаны на языках релейной логики, совместимых с языком Ladder Diagram из стандарта МЭК-61131-3 [15]. Стекла разных автомобилей отличаются размерами, это позволяет определять тип стекла по его параметрам при загрузке стекла в камеру. Определение типа стекла автомобиля возможно благодаря датчикам, установленным на камерах для крепления стекол. Ранее для стекол автомобилей Ford определение производилось с помощью нескольких индуктивных датчиков — для каждой модели использовался свой. Когда стекло фиксировалось центраторами, на положение вертикального центратора реагировал один из трех индуктивных датчиков. По тому, какой датчик сработал, программа определяла, функцию какой траектории нанесения клея нужно вызвать.

Стоит отметить, что подход в определении типа стекла, который был применен на заводе Ford, требует, чтобы количество датчиков было равно количеству моделей автомобилей, собираемых на линии. Также при смене модельного ряда может потребоваться изменение расположения датчиков. При текущих доработках было решено перейти к использованию датчика линейного положения (рис. 3). В этом случае каждой модели соответствует некий диапазон значений с этого датчика, по которому и распознается модель автомобиля и, соответственно, выбирается нужная траектория нанесения клея. Данный способ является более гибким для масштабирования количества моделей и возможных дальнейших доработок.



Рис. 3. Датчик линейного положения в установке на линии сборки KIA/Hyundai



В программу были добавлены проверки на принадлежность показаний датчика линейного положения диапазонам, соответствующим типам стекол собираемых автомобилей KIA/Hyundai. После этого значение, соответствующее типу стекла, передается роботу KUKA KR 210, который исполняет программный код нанесения клея, соответствующий переданному типу стекла.

Требовалось написать программный код, соответствующий стеклам собираемых на предприятии «Автотор» автомобилей KIA/Hyundai. Для этого использовался пульт управления роботом KUKA KR 210 (рис. 4) [16].



Рис. 4. Пульт управления роботом KUKA KR 210

Пульт позволяет вручную управлять каждой из шести осей робота, а также добавлять точку текущего положения робота в программу. Также пульт позволяет выполнять программу пошагово с целью отладки.

Программный код робота KUKA KR 210 был написан на языке KUKA Robot Language [17]. Для составления программного кода нанесения клея было необходимо установить робота на опорные точки траектории, после чего добавить последовательность этих точек в программу и указать тип движения между опорными точками. Движение робота задается командами PTP (Point-To-Point), LIN (Linear), CIRC (Circular), также указывается целевая точка, система координат и скорость движения.

Команды движения (рис. 5):

- PTP (Point-To-Point) – движения по наиболее быстрой траектории;
- LIN (Linear) – движение по прямой линии;
- CIRC (Circular) – движение по окружности.

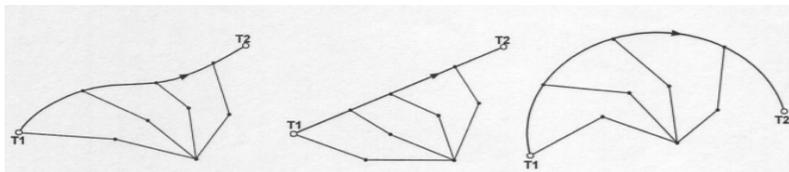


Рис. 5. Команды движения робота PTP, LIN, CIRC (слева направо)

Возникшая в процессе внедрения проблема перегрева клея была решена подбором коэффициентов программы, управляющей нагревом.

В дальнейшем на предприятии «Автотор» планируется внедрить роботизированную установку для нанесения клея на линии сборки автомобилей BMW. Для этого необходимо выполнить доработки, аналогичные описанным ранее:



- 1) доработать программу определения типа стекла добавив в нее стекла автомобилей BMW;
- 2) написать программный код нанесения клея на стекла автомобилей BMW.

Список литературы

1. Автор освоил производство кроссовера Kia Sportage нового поколения // Автор: [офф. сайт]. URL: <https://www.avtotor.ru/news/2009-avtotor-osvoil-proizvodstvo-krossovera-kia-sportage-novogo-pokoleniya> (дата обращения: 08.06.2022).
2. Координатный манипулятор ВЕКТОР 2МБГ нанесения пастообразного 2К клея-герметика на автомобильные, железнодорожные окна для крепления форточек // АСД-Техника: [офф. сайт]. URL: <https://asdteh.com/news/koordinatnyj-manipuljator-vektor-2mbg-nanesenija-pastoobraznogo-2k-kleja-germetika-na-avtomobilnye-zheleznodorozhnye-okna-dlja-kreplenija-fortochek> (дата обращения: 08.06.2022).
3. Нанесение клеев и герметиков // Альфа-Инжиниринг: [офф. сайт]. URL: <https://alfamatic.ru/services/robotizatsiya/nanesenije-kleev-i-germetikov/> (дата обращения: 08.06.2022).
4. Роботизированные ячейки нанесения клея, герметика // Медиа Инжиниринг: [офф. сайт]. URL: <http://media-engineering.ru/spetsializatsiya/robotizirovannye-yachejki-nanesenija-kleja-germetika> (дата обращения: 08.06.2022).
5. KUKA KR 210 R2700-2 F. URL: https://www.kuka.com/-/media/kuka-downloads/imported/6b77eecacfe542d3b736af377562ecaa/0000346514_ru.pdf?rev=930ce3337aac4e95b9e189a2b2c281fa&hash=F13D44036EE17E14F9FB738E32705A40 (дата обращения: 08.06.2022).
6. KUKA KR 210-2. URL: <https://www.eurobots.ru/kuka-robots-kr-210-2-p186-ru.html> (дата обращения: 08.06.2022).
7. KUKA KR210 VKRC2 CONTROL. URL: <https://www.eurobots.ru/kuka-robots-kr210-vkrc2-control-p128-ru.html> (дата обращения: 08.06.2022).
8. Система управления роботом KUKA. URL: https://www.zetek.ru/catalogs/the_companys_products_gudel/robots/control_systems/robot_controllers/krc2/ (дата обращения: 08.06.2022).
9. Контроллер KR C2 edition2005: инструкция по эксплуатации. URL: <https://auction-house.ru/media/uploads/l-30000039483/df157579.pdf> (дата обращения: 08.06.2022).
10. Logix 5561. URL: <https://www.dosupply.com/automation/allen-bradley-plc/controllogix/Logix5561> (дата обращения: 08.06.2022).
11. Программируемые контроллеры S7-400. Функциональные модули. URL: https://www.siemens-pro.ru/docs/simatic/s7-400/06_S7_400_2015_ru-part2.pdf (дата обращения: 08.06.2022).
12. RSLogix 5000. URL: https://www.eskovostok.ru/catalog/soft_ware/development/rslogix_5000#docs (дата обращения: 08.06.2022).
13. STEP7 (TIA PORTAL). URL: <https://simatic-market.ru/catalog/Siemens-SA01/10226907/info/> (дата обращения: 08.06.2022).
14. Язык релейных диаграмм LD (Ladder diagram) и его применение // URL: <http://elektrik.info/main/automation/1298-yazyk-releynyh-diagramm-ld-i-ego-primenenie.html> (дата обращения: 08.06.2022).
15. IEC 61131-3. International Standard. 2015. URL: https://plcopen.org/sites/default/files/downloads/iec_61131-3_preview.pdf (дата обращения: 08.06.2022).
16. Панели оператора промышленных роботов. URL: http://rus-robot.com/zapasnye_chasti/pul_ty/ (дата обращения: 08.06.2022).
17. Программирование промышленного робота KUKA KR AGILUS: метод указания по выполнению лабораторных работ для студ. направлений 15.03.06 и 15.04.06 «Мехатроника и робототехника». Курск, 2020. URL: [https://swsu.ru/sveden/files/PROGRAMMIROVANIE_PROMYSHLENNOGO_ROBOTA_KUKA_LAB\(1\).pdf](https://swsu.ru/sveden/files/PROGRAMMIROVANIE_PROMYSHLENNOGO_ROBOTA_KUKA_LAB(1).pdf) (дата обращения: 08.06.2022).



Об авторах

Илья Вячеславович Бока — магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: bokailya@gmail.com

Алина Александровна Бока — магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: alinabear0405@gmail.com

Олег Владимирович Толстель — канд. техн. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: tolstel.oleg@mail.ru

Дмитрий Викторович Михеенко — нач. отдела промышленной электроники, «Автотор», Калининград, Россия.
E-mail: miheenkodv@kld.avtotor.ru

I. V. Boka, A. A. Boka, O. V. Tolstel, D. V. Mikheenko

IMPROVEMENTS IN THE SOFTWARE FOR ROBOTIC INSTALLATIONS FOR APPLYING GLUE TO GLASS FOR IMPLEMENTATION AT THE ENTERPRISE "AVTOTOR"

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.
Received 09 June 2022
Accepted 25 June 2022

To cite this article: Boka I.V., Boka A.A., Tolstel O.V., Mikheenko D.V. 2022, Improvements in the software for robotic installations for applying glue to glass for implementation at the enterprise, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 21–26.

To automate the process of applying glue at the Avtotor enterprise, a robotic system was introduced to the KIA/Hyundai assembly line, and it is also planned to introduce a system for applying glue to the BMW assembly line. This article describes rework of the software for introduction to assembly lines.

Keywords: programmable logic controller, PLC, KUKA, Allen-Bradley, Siemens

The authors

Ilya V. Boka, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.
E-mail: bokailya@gmail.com

Alina A. Boka, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.
E-mail: alina.bear0405@gmail.com

Dr Oleg V. Tolstel, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.
E-mail: tolstel.oleg@mail.ru

Dmitriy V. Miheenko, Head of the Industrial Electronics Department, Avtotor, Kaliningrad, Russia.
E-mail: miheenkodv@kld.avtotor.ru

А. А. Ефимов, А. Н. Алещенко

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШИРОКОПОЛОСНОЙ СЕТИ ДОСТУПА

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 15.02.2022 г.

Принята к публикации 05.03.2022 г.

Для цитирования: *Ефимов А. А., Алещенко А. Н.* Проектирование широкополосной сети доступа // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 27–33.

27

С опорой на основные принципы построения широкополосных сетей разработана работоспособная сеть для плотно застроенного жилищного комплекса «Легенды моря» (Калининград), имеющего большое количество потенциальных абонентов. Выбраны активные и пассивные компоненты с учетом специфики района. Расчет оптического бюджета подтвердил правомерность выбранных решений.

Ключевые слова: широкополосная сеть доступа, пассивная оптическая сеть (PON), оптический бюджет линии связи, затухание оптического сигнала, пассивное и активное оборудование

Одной из самых актуальных задач построения развитой инфокоммуникационной структуры города Калининграда является обеспечение всех жилых районов надежным и высококачественным доступом в сеть. К сожалению, не все районы города имеют выход в сеть с подобными параметрами. Так, например, жилищный комплекс «Легенды моря», расположенный в одном из самых густонаселенных районов города, не подключен к инфокоммуникационной сети компании «Ростелеком».

Целью данной статьи стала разработка предложений к созданию работоспособной и экономически выгодной абонентской оптической сети доступа для ЖК «Легенды моря».

Для достижения поставленной цели решены следующие **задачи:** выбрана наиболее перспективная технология построения сети доступа; проведена оценка потенциального количества абонентов, проживающих в данном районе; разработана схема построения сети; по соотношению цены и качества выбрано оборудование (стационарное, абонентское и различные пассивные компоненты) и ВОК (волоконно-оптический кабель); выполнен расчет оптического бюджета.

Наиболее популярными технологиями на данный момент являются xDSL, Ethernet, PON [1].

Технология xDSL является самой простой и недорогой; она позволяет использовать уже готовые медно-кабельные линии, однако за простотой кроется и главный ее недостаток — скорость, которая в идеальных условиях может достигать лишь 50 Мбит/с [2].



Технология Ethernet начала развиваться с появлением локальных сетей. Она более сложна в реализации, однако и скорости становятся выше. Так, например, максимальная скорость абонентской сети доступа в 1000 Мбит/с может достигаться при использовании технологии Gigabit Ethernet [2].

Следующим шагом в развитии можно считать появление технологии волоконно-оптической линии передачи (ВОЛП), которая выводит скорости на совершенно новый уровень, достигая 2488 мбит/с по нисходящим и восходящим потокам данных [3].

Для удобства сравнения технологий основные параметры представлены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнение технологий построения сети доступа

Технология	Максимальная скорость (прием / передача), Мбит/с	Максимальное расстояние, км
ADSL	8 / 1	5,5
ADSL2+	24 / 1,4	5,5
HDSL	2	4,5
SHDSL	2,32	7,5
VDSL	62 / 26	1,3
Ethernet	10	3,6
Fast Ethernet	100	10
Gigabit Ethernet	1000	20
PON	2488 / 2488	20

Из таблицы 1 видно, что наибольшую скорость при реальном расстоянии обеспечивает технология PON.

Существует несколько разновидностей технологии PON: broadband PON (BPON), Ethernet PON (EPON), Gigabit PON (GPON). Сравнительные характеристики данных технологий сведены в таблице 2.

Таблица 2

Сравнение технологий PON

Параметр	BPON	EPON	GPON
Скорость передачи данных (прямой поток/обратный), мБит/с	155/622, 622/622	1000/1000	2488/622, 2488/2488
Максимальная дальность, км	20	20	20
Максимальное число абонентов на волокно	32	16	64

Наибольшей скорости и максимального числа абонентов можно достичь при помощи технологии GPON.

Проведенный выше анализ позволяет заключить, что наиболее перспективной является технология GPON, так как она имеет наибольшую скорость, дальность передачи, а также возможность подключения большого количества абонентов.



Оценка потенциального количества абонентов проводилась по градостроительному плану микрорайона. Общее число жильцов — приблизительно 4200 чел., однако около 50 % обслуживаются компанией-оператором «Ростелеком». Таким образом, количество потенциальных абонентов составляет примерно 2000.

Для построения сети за основу выбрана древовидная структура [4], вид которой представлен на рисунке 1.

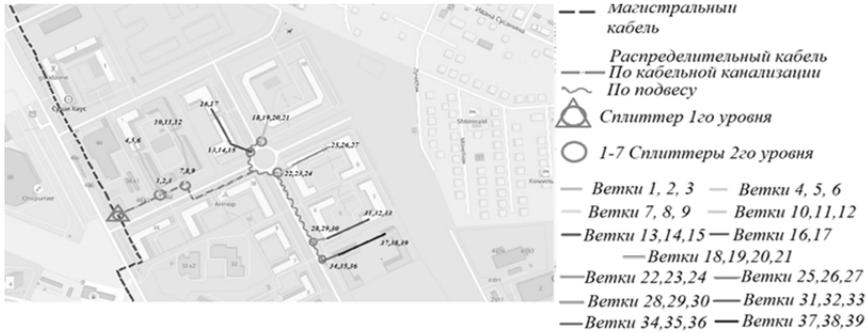


Рис. 1. Схема проектируемого участка

На каждый подключаемый дом необходимо использовать минимум 3 ветки, каждая на 64 абонента. Таким образом, всего в работе используются 39 различных веток. Для простоты построения дерева некоторые дома будут подключены по подвесу через соседний, поэтому в первый дом заводятся дополнительные кабели для обслуживания абонентов соседней многоэтажки.

До самого района идет магистральный сегмент от OLT, расположенный по улице Гайдара 129а (рис. 2).



Рис. 2. Схема магистрального участка



Магистральный сегмент проложен по существующей кабельной канализации, его длина до проектируемого участка составляет 2,4 км с возможностью продления дальше по улице для подключения следующего микрорайона. На схеме проектируемого участка присутствуют 39 веток, протянутых ко всем неподключенным домам района. Кроме этого было подсчитано, что всего необходимо 10 сварных и 12 разъемных соединений.

Следующим этапом построения является выбор пассивного и активного оборудования. В данном случае были выбраны следующие устройства: OLT – Smart AX MA5600T, ONT – HG8447, ВОК: ДПЛ-П-96У (6×16) 1,5 кН (магистральный), ДПТ-П-32У (4×8) 6 кН (распределительный), ОБР-У нГ(А)-HF 12 (прокладка внутри зданий), ДПТ-Т-П-04У (1×4) 10 кН (прокладка между зданиями), сплиттеры – РО 1×16 (1×8) PLC 2 мм SC/APC, ОРШ – ШКОН-КПВ-320(10)-288SC/ФЗС-ОРШ256, муфты МОГ-Т4-2ФТ16 и МОГ-Т5-40-1КБ4845, ОРК – Crosver FOB-02-04(08), абонентская розетка – ШКОН-ПА-1-SC-SC/APC-SC/APC, абонентская проводка – ШОС-SM/0,9 мм-SC/APC-р/t-1,0 м [4].

Теперь необходимо рассчитать оптический бюджет [4] по формуле

$$OB = T - (-R), \quad (1)$$

где T – выходная мощность передатчика (в данном случае равна 5); R – чувствительность приемника (в данном случае равна 29). Таким образом, оптический бюджет равен 34 дБ. Необходимо также учитывать запас мощности в 3 дБ, так как линия не является идеальной.

Последний этап заключается в расчете затухания по методике, представленной ниже [4]:

$$A = L * a_x + N_p * A_p + N_c * A_c + A_{spl}, \quad (2)$$

где L – общая длина участка (сумма длины магистралей, расстояния до 1-го сплиттера, до 2-го сплиттера и до конечного пользователя);

a_x – затухание сигнала в оптическом кабеле на определенной длине волны (0,33 дБ для 1310 нм и 0,2 дБ для 1550 нм [4]);

N_p – общее количество разъемных соединений;

A_p – средние потери на одно разъемное соединение (0,4 дБ [4]);

N_c – общее количество сварных соединений;

A_c – средние потери на одно сварное соединение (0,05 дБ [4]);

A_{spl} – суммарные потери в оптических сплиттерах (13,9 дБ для 1×16 и 10,7 дБ для 1×8 [4]).

По представленной методике можно найти затухание для каждой ветки. Ввиду большого числа проектируемых веток на слайде представлены 3 ближайшие ветки и 3 ветки, которые наиболее удалены от магистралей. Можно заметить, что самое большое затухание не превышает оптический бюджет, а разница между минимальным и максимальным затуханием очень мала, что говорит о высокой сбалансированности проектируемой линии связи.



Таблица 3

Минимальное и максимальное затухание на ветках

Ветка	Минимальное затухание с учетом 3 дБ		Максимальное затухание с учетом 3 дБ		Разница между макс. и мин. затуханием		Сравнение макс. затухания с опт. бюджетом
	1310	1550	1310	1550	1310	1550	
1	30,42236	30,0984	30,44546	30,112	0,0231	0,014	30,44546 < 34
2	30,42368	30,0992	30,44612	30,112	0,0224	0,014	30,44612 < 34
3	30,42434	30,0996	30,4481	30,114	0,0238	0,014	30,4481 < 34
...							
37	30,63059	30,2246	30,65369	30,238	0,0231	0,014	30,65369 < 34
38	30,63191	30,2254	30,65435	30,239	0,0224	0,014	30,65435 < 34
39	30,65303	30,2258	30,65633	30,240	0,0238	0,014	30,65633 < 34

31

Так как все дома являются типовыми, ниже на рисунке 3 будет представлена типовая внутридомовая проводка [5].

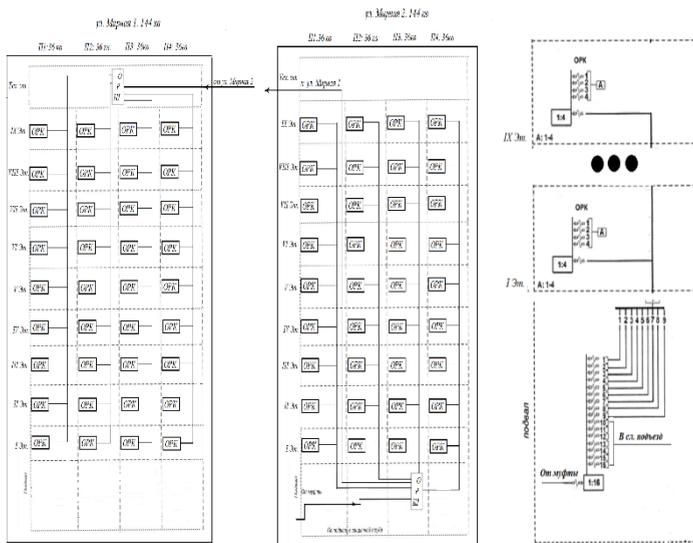


Рис. 3. Внутридомовая разводка кабеля

Из рисунка 3 видно, что ОРШ устанавливается либо в подвале дома, либо на его крыше. В первом случае дом будет подключен при помощи кабельной канализации, во втором – при помощи подвеса. От ОРШ идут внутридомовые кабели на каждый этаж к ОРК, от которой и присходит разводка по квартирам.

Таким образом, была разработана широкополосная сеть доступа на основе технологии GPON, так как именно эта технология является наиболее перспективной среди всех рассмотренных ввиду ее наибольшей



скорости, дальности расстояния и наибольшего количества абонентов на одну ветку. Данная сеть имеет древовидную структуру и объединяет своими ветвями более 2000 пользователей, проживающих в жилом комплексе «Легенды моря». Чтобы убедиться в работоспособности сети, был найден оптический бюджет, а также наибольшие и наименьшие затухания на ветвях. Данные расчеты показали, что сеть полностью работоспособна и хорошо сбалансированна. Представлена также типовая внутридомовая разводка кабеля.

Список литературы

1. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети: принципы, технологии, протоколы : учебник для вузов. 4-е изд. СПб., 2020.
2. Парфенов Ю.А. Последняя миля на медных кабелях. М., 2001.
3. Попов С.А. Пассивное оборудование PON. Эволюция продолжается // Вестник связи. 2011. №11.
4. Попова Б.В. Строительство и техническая эксплуатация волоконно-оптических линий связи. М., 1995.
5. ОАО «Гипросвязь». Пассивные оптические сети. Правила проектирования и монтаж / Минсвязи, ОАО «Гипросвязь». Минск, 2011.

Об авторах

Александр Андреевич Ефимов – студ., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: efimov_alex99@mail.ru

Алексей Николаевич Алешенко – доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: AAleshchenko@kantiana.ru

A. A. Efimov, A. N. Aleshchenko

BROADBAND ACCESS NETWORK DESIGN

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 15 February 2022

Accepted 05 March 2022

To cite this article: Efimov A. A., Aleshchenko A. N. 2022, Broadband access network design, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, № 1. P. 27 – 33.

Relying on the main principles of broadband networks building a working network in a densely built up house estate "Legends of the sea" (Kaliningrad), with plenty of potential users was built. An active and passive component that consider the estate's specifics were chosen and also an optical budget for a theoretical check of network's efficiency was calculated.

Keywords: broadband network, passive optical network, optical budget, attenuation, passive and active equipment



The authors

Aleksandr A. Efimov, Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: efimov_alex99@mail.ru

Aleksey N. Aleshchenko, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: AAleshchenko@kantiana.ru

А. А. Шпилевой, А. А. Персичкин

О ВОЗМОЖНОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА ПЭМИН В ВИДЕОИНТЕРФЕЙСАХ СТАНДАРТА HDMI

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 18.07.2022 г.

Принята к публикации 03.08.2022 г.

34

Для цитирования: Шпилевой А.А., Персичкин А.А., О возможности аналитического обнаружения сигнала ПЭМИН в видеоинтерфейсах стандарта HDMI // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 34 – 39.

Представлены теория и практическое доказательство возможности обнаружения сигнала ПЭМИН в цифровых видеоинтерфейсах. Проведен сравнительный анализ возможности снятия информации с видеоинтерфейсов VGA и HDMI посредством ПЭМИН. В соответствии с результатами анализа выдвинуто теоретическое предположение, далее доказанное на практике.

Ключевые слова: видеоинтерфейс, ПЭМИН, информационная безопасность, канал утечки, HDMI, цифровой видеоинтерфейс

Самая высокая информативность в плане устройств обработки информации, пожалуй, характерна для демонстрационных устройств, таких как мониторы, экраны, телевизоры и т.п. ПЭМИН с данных устройств образуются ввиду формирования сигнала в видеоподсистеме, включающей в себя монитор, соединительный кабель, видеоадаптер, видеоинтерфейс. Важная часть всей этой видеоподсистемы – видеоинтерфейс передачи информации.

Уходящий в историю аналоговый видеоинтерфейс VGA оставил ощутимый след в исследованиях образования и перехвата ПЭМИН интерфейсов. Множество устройств и по сей день включают в себя возможность аналогового VGA-соединения. Таким образом, плавными шагами исследования аналоговых интерфейсов перетекают в симбиоз аналогового-цифровых исследований.

На данный момент, без сомнения, самым популярным видеоинтерфейсом можно назвать High Definition Multimedia Interface (HDMI) – мультимедийный интерфейс высокой четкости. В связи с этим актуальной становится проблема обнаружения и измерения параметров сигналов ПЭМИН с указанных видеоустройств [1; 2].

Для видеоинтерфейсов, основанных на технологии VGA, подходы к обнаружению ПЭМИН базируются на понимании процесса формирования сигнала частоты смены пикселей монитора F_p [3] и определяются формулой



$$F_{\text{пэмин}} = \frac{F_p}{2} = \frac{\text{разрешение монитора} \times \text{частота кадровой развертки}}{2} \times k,$$

где k — коэффициент, учитывающий технические особенности конкретной модели монитора (для современных моделей $k=1,1\dots1,3$) [4]. Таким образом, для монитора VGA с разрешением 1920×1080 и кадровой разверткой 60 Гц, диапазон поиска сигнала ПЭМИН будет в пределах 68,429–80,870 МГц. Обнаружение конкретной частоты в указанном диапазоне проводится аудиовизуальным методом путем модуляции изображения с экрана монитора [4] (рис. 1).

На рисунке 1 показан интерфейс программы SDRuno и поиск в нем интересующих нас частот. Монитор Philips 273V, интерфейс VGA, разрешение экрана 1920×1080 , частота кадровой развертки 60 Гц, тестирование в режиме «строчка через строчку».

35

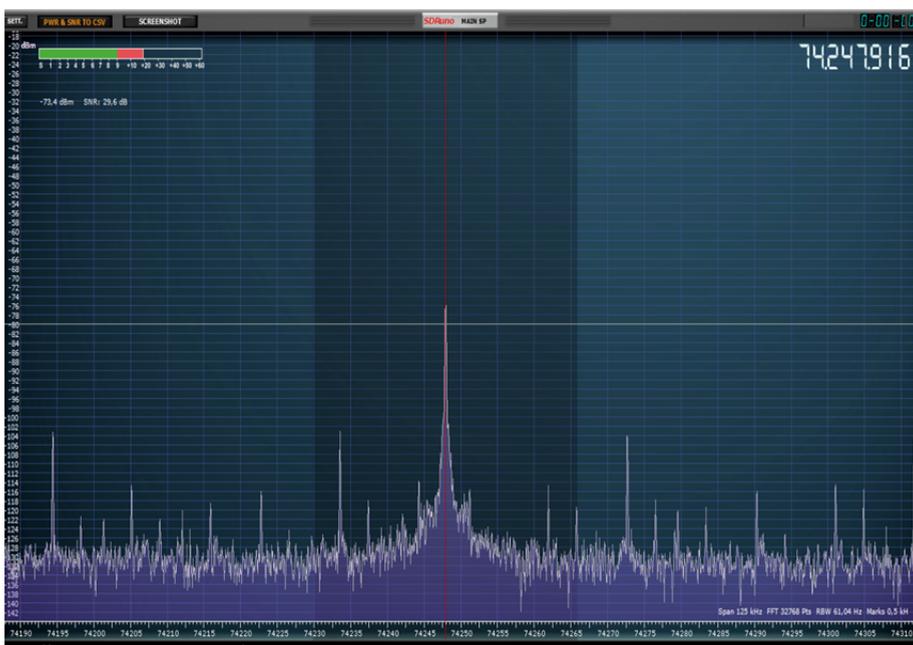


Рис. 1. Основная частота ПЭМИН (74 248 МГц) интерфейса VGA монитора Philips 273V (разрешение 1920×1080 , кадровая развертка 60 Гц, SNR = 29,6 дБ)

Используемая в цифровых видеоинтерфейсах TMDS (Transition Minimized Differential Signaling) технология дает нам данные для аналитического предположения о формировании видеосигнала в интерфейсе HDMI. Сигнал в цифровых видеоинтерфейсах HDMI и DVI схож с аналоговыми видеоинтерфейсами и формируется из трех цветковых каналов. Передаваемые бинарные последовательности из 8 бит задают цветовую яркость. Таким образом, мы имеем три дифференциальные цветковые пары и одну синхропару.

Каждый пиксель изображения передается по трем цветковым каналам синхронно. Код для определенной составляющей (красный, зеленый,



синий) представляет собой последовательность из 8 битов. В TMDS происходит 8b/10b-кодирование, и из имеющихся у нас 8 битов для каждой составляющей пикселя мы получаем 10-битовый набор, который передается через проводник. Структура TMDS в источнике сигнала и приемнике симметрична, из чего следует последующее превращение 10-битового набора обратно в 8 бит. Получается, что для обнаружения ПЭМИН от HDMI алгоритм для аналогового VGA-видеоинтерфейса неприменим по следующим причинам [5]:

- частоты передачи информации (полоса поиска сигнала) в интерфейсе HDMI выше, чем в интерфейсе VGA, так как каждый уровень сигнала пикселя проходит дополнительное 8-разрядное последовательное аналого-цифровое преобразование;
- даже если будет определена рабочая полоса частот, метод модуляции экрана не позволит получить точное значение частоты сигнала ПЭМИН, так как 8-разрядный код дополняется двумя избыточными битами для повышения помехоустойчивости, что приводит к трансформации спектра.

Таким образом, можно предположить, что информационный сигнал ПЭМИН видеоинтерфейса HDMI в 10 раз выше, чем VGA, так как каждый уровень пикселя кодируется 10-битной последовательностью (8 бит АЦП, 2 бита помехоустойчивое кодирование).

Данное предположение было подтверждено экспериментально (рис. 1, 2). Рисунок 2 содержит интерфейс программы SDRUno. Для поиска частот использовались тот же монитор (Philips 273V), что и в предыдущем случае (для аналогового сигнала), та же частота кадровой развертки и тот же режим тестирования, но был изменен интерфейс с аналогового на цифровой.

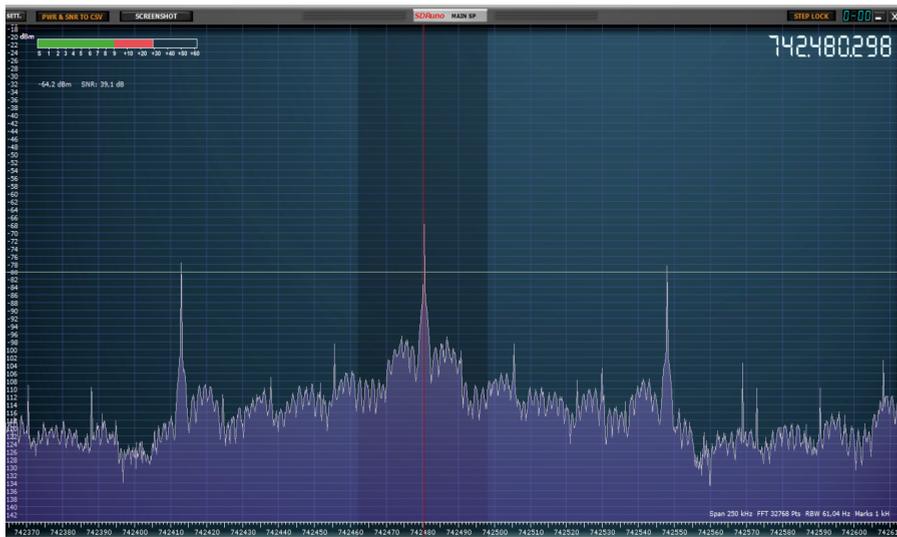


Рис. 2. Основная частота ПЭМИН (742 480 МГц) интерфейса HDMI Philips 273V (разрешение 1920 × 1080, кадровая развертка 60 Гц, SNR = 39,1 дБ)



Анализируя полученные практические результаты, можно сказать, что интересующий нас сигнал находится на частоте, в 10 раз большей, чем в аналоговом варианте. Так как параметры и монитор оставались прежними, а менялся только видеointерфейс передачи данных, можно предложить следующий вариант нахождения частоты ПЭМИН в цифровом интерфейсе: необходимо определить подобное значение для аналогового интерфейса и десятикратно увеличить.

Получается, что благодаря технологии TMDS, используемой в цифровых интерфейсах DVI и HDMI, значение частоты ПЭМИН благодаря кодированию 8b/10b и последующей передаче сигнала при помощи усилителя частоты десятикратно превосходит эквивалентное значение аналогового сигнала.

Таким образом, мы получаем аппроксимированную формулу для поиска частот ПЭМИН цифровых интерфейсов:

$$F_{\text{пэмин}} = \frac{\text{разрешение монитора} \times \text{частота кадровой развертки}}{2} \times k \times 10.$$

Помимо этого спецификация HDMI предполагает передачу на монитор сигнала с тактовой частотой $F_p \times 10$ (также является опасным) для работы цифро-аналогового преобразователя. Сигнал с указанной частотой также был обнаружен экспериментально. На рисунке 3 представлена экспериментальная проверка тактовой частоты $F_p \times 10$. Монитор (Philips 273V), та же частота кадровой развертки 60 Гц и режим тестирования «строчка через строчку», цифровой видеointерфейс HDMI.

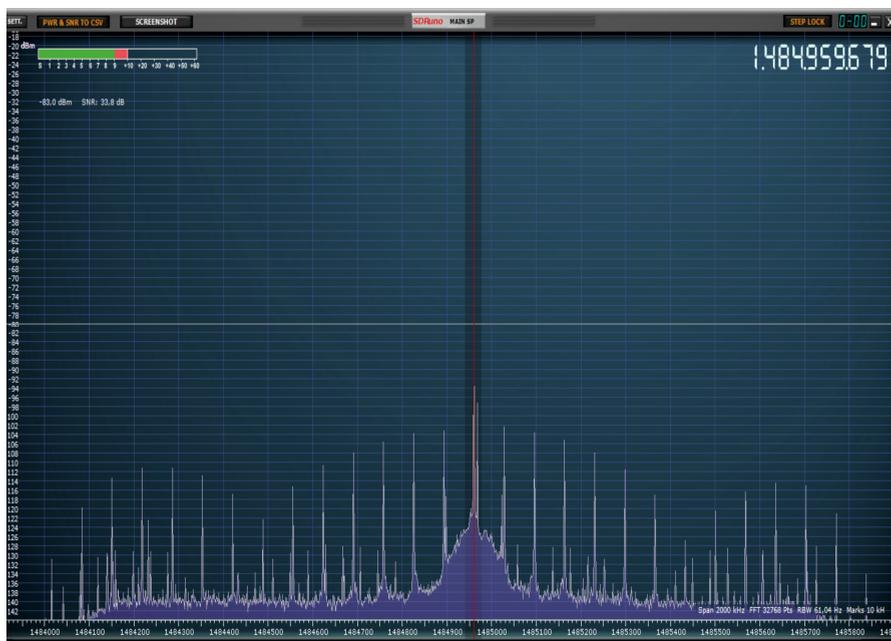


Рис. 3. Частота ПЭМИН (1 484 960 МГц) интерфейса HDMI Philips 273V (разрешение 1920 × 1080, кадровая развертка 60 Гц, SNR = 33,8 дБ), образованная сигналом $F_p \times 10$



Таким образом, полученные результаты позволяют предположить следующую методику обнаружения сигналов ПЭМИН в мониторах, работающих в режиме HDMI:

1. Стандартной методикой определяется основная частота сигнала ПЭМИН — $F_{пэмин}$ указанного монитора в режиме VGA.

2. Искомые основные частоты ПЭМИН монитора в режиме HDMI будут равны $F_{пэмин} \times 10$ и $F_{пэмин} \times 20$.

Примечание: исследуемый монитор должен иметь два видеointерфейса: VGA и HDMI.

В результате мы получили новую методику нахождения частот полезных сигналов в цифровых видеointерфейсах. Данная методика основана на аналитическом предположении о различии в процессе формирования аналогового и цифрового видеосигнала. Принципиальным же является наличие в HDMI-интерфейсе технологии TMDS. Дифференциальная передача сигналов с минимизацией перепадов уровней и осуществляемое 8b/10b-кодирование десятикратно увеличивают частоту, на которой находится информативный сигнал. Произведенное практическое исследование (поиск частот) при помощи RTL-SDR (resistor-transistor logic software defined radio) приемника (программно определяемая радиосистема на основе резисторно-транзисторной логики) позволяет нам убедиться в точности определения частот по новой методике и целесообразности использования методики в случае поиска цифровых частот для известных аналоговых значений частот. Данная работа была выполнена для упрощения взаимодействия с цифровыми интерфейсами и упрощения «оцифровки» мира.

Список литературы

1. Сборник временных методик оценки защищенности конфиденциальной информации от утечки по техническим каналам. М., 2002.

2. Специальные требования и рекомендации по технической защите конфиденциальной информации (СТР-К) : утв. приказом Председателя Гостехкомиссии России от 30 августа 2002 г. №282. М., 2001.

3. Гук М. Аппаратные интерфейсы ПК. Энциклопедия. СПб., 2002.

4. Программа формирования тестов на ПЭМИН «Сигурд-Тест» : руководство пользователя МСШЕ.503300.005РП / ООО «Центр безопасности информации «МАСКОМ».

5. Интерфейс HDMI // Блог программиста : [сайт]. URL: <https://pro-prof.com/forums/topic/интерфейс-hdmi> (дата обращения: 15.07.2022).

Об авторах

Андрей Алексеевич Шпилевой — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: AShpilevoi@kantiana.ru

Андрей Андреевич Персичкин — ст. преп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: a.persichkin@kgnic.ru



A. A. Shpilevoy, A. A. Persichkin

ON THE POSSIBILITY OF ANALYTICAL DETECTION
OF THE TEMPEST SIGNAL IN HDMI VIDEO INTERFACES

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 18 July 2022

Accepted 03 August 2022

To cite this article: Shpilevoy A. A., Persichkin A. A. 2022, On the possibility of analytical detection of the TEMPEST signal in HDMI video interfaces, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 34 – 39.

39

This paper presents the theory and the practical proof of the possibility of detecting the TEMPEST signal in digital video interfaces. A comparative analysis of the possibility of obtaining information from VGA and HDMI video interfaces by means of TEMPEST was carried out. In accordance with the results of the analysis, a theoretical assumption was put forward and practically proved later.

Keywords: video interface, TEMPEST, Information Security, leak channel, HDMI, digital video interface

The authors

Dr Andrey A. Shpilevoy, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: AShpilevoi@kantiana.ru

Andrey A. Persichkin, Assistant Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: a.persichkin@kgnic.ru

С. Н. Ткаченко, Д. А. Казакова, С. А. Демин

СПОСОБЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 22.02.2022 г.

Принята к публикации 13.03.2022 г.

40

Для цитирования: Ткаченко С. Н., Казакова Д. А., Демин С. А. Способы обеспечения надежной обработки информации в децентрализованных приложениях // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 40 – 44.

Изложены возможности децентрализованных приложений, проанализировано их функционирование. Рассмотрены способы обеспечения надежности и безопасности использования децентрализованных приложений.

Ключевые слова: блокчейн, банк, информационные технологии, внедрение, эффективность управления

Одной из динамично развивающихся отраслей являются банковское дело и растущие финансовые экосистемы. При работе в подобных сложных информационных агломерациях возникает обязательная потребность в обеспечении безопасности всех операций, прежде всего денежных транзакций. Этим обусловлена актуальность вопросов, связанных с децентрализованными или распределенными системами и обеспечением безопасности работы в сети Интернет.

Децентрализованные приложения представляют собой один из новых типов программного обеспечения и новых видов организации. Такое приложение основано на применении технологии блокчейн. Distributed Ledger – это децентрализованная база данных, которая содержит информацию обо всех осуществленных транзакциях. Уникальная ее особенность заключается в том, что одинаковые копии «распределяются» по нескольким серверам хостинга и хранения, подтверждая транзакции, записанные в «пакете», непрерывным процессом. Непосредственно за осуществлением аутентификации «пакет» блокируется криптографическим «хэшем» и в дальнейшем позволяет хостам аутентифицировать входящие данные с возможным извлечением [1, с. 35]. Технология распределения дает возможность осуществлять сделки анонимно, оперативно и без привлечения посредников. Использование техно-



логии уменьшает вероятность мошенничества, так как предоставляет право на отслеживание истории активов и транзакций в пределах источника достоверных данных.

Распределенные реестры и возможности блокчейна лежат в основе «децентрализованных приложений» [2, с. 13]. Приложение является децентрализованным, если соответствует следующим критериям:

1. Открытый исходный код. Приложение должно быть открытым в полной мере и работать автономно, а также иметь организации, которым принадлежит большая часть его токенов. Приложение может корректировать свой протокол в ответ на предоставленные улучшения, но все последующие изменения необходимо осуществлять с согласия всех пользователей.

2. Децентрализация. Данные и отчеты о производительности необходимо хранить в открытом доступе.

3. Стимуляция. Необходимо применять токены или цифровые активы для поощрения сторонников в сети.

4. Протокол. Генерация токенов должна происходить в соответствии с эталонным криптографическим алгоритмом, работающим как доказательство содержания узлов в распределенном приложении.

Работа децентрализованного приложения основана на следующих методах:

1. Способ получения консенсуса. Возможно использование двух алгоритмов, при применении которых децентрализованные приложения могут генерировать разрешение: proof-of-work и proof of stake. В дополнение к алгоритму proof-of-work решения о модификации децентрализованного приложения основаны на объеме работы, которую каждый участник выполняет при реализации приложения. Такой подход используется, например, в Биткойне и Эфириуме. В случае применения алгоритма proof-of-stack изменения децентрализованного приложения основаны на доле заинтересованных сторон. Поэтому приложение Omni Protocol основано на механизме POS. Оба этих метода также можно использовать параллельно. Это сочетание делает децентрализованные приложения на 51 % более устойчивыми к атакам.

2. Способ распределения токенов. Применяют три известных метода распределения токенов децентрализованными приложениями: майнинг, коллаборация и фандрайзинг. Во время майнинга токены выделяются тем, кто участвует в улучшении функционала децентрализованного приложения. Этот метод используется в Биткойне. При осуществлении фандрайзинга токены также распределяются среди тех, кто изначально финансировал разработку децентрализованных приложений. При коллаборации токены генерируются с использованием predetermined методов и доступны только для создания децентрализованных приложений.

В зависимости от типа используемого блокчейна различают следующие типы децентрализованных приложений:

1. Децентрализованные приложения, построенные на собственном блокчейне.



2. Децентрализованные приложения, использующие блокчейн первого типа. Это типы протоколов децентрализованных приложений, которые генерируют токены, необходимые для их работы. Omni Protocol — пример второго типа децентрализованных приложений.

3. Децентрализованные приложения, применяющие протокол других типов приложений, такие как сеть SAFE (использует протокол Omni для выпуска криптовалюты Safecoins).

В децентрализованных приложениях применение блокчейн технологий представлено в качестве решения проблем безопасности и надежности обработки данных. К примеру, обеспечение безопасности удовлетворяется за счет проверки транзакции, информация о которой хранится в защищенной от злоумышленников памяти. Поскольку историю операций можно восстановить при помощи блокчейна, предположение защищенности не сужает безопасность приложения в целом. Выбранная концепция позволяет вводить ограничения на технологию блокчейн, которые хранят транзакции определенным способом, позволяющим осуществить проверку в короткий срок.

Возникающая проблема может быть решена при использовании криптографии с открытым ключом. Всем непосредственным пользователям приложения должна быть выделена пара закрытых и открытых ключей. Открытый ключ возможно выпустить в открытый доступ для прямой идентификации цифровой личности пользователя. Эксплуатация цифровых подписей предоставляет возможность решения проблем прав, а также значимых проблем с изменчивостью транзакций. В том случае, когда цифровая подпись работает для всех транзакций в блокчейне, злоумышленники, разрешившие внутренний доступ к приложению, не смогут модифицировать эти транзакции.

Применение блокчейна обеспечивает надежность и безопасность информационных технологий, а так же предотвращает все возможные атаки, в частности нападения Man-in-the-Middle (MITM), которые включают зашифрованные соединения (такие, как HTTPS и TLS) для безопасных каналов и основываются на инфраструктуре аутентификации с открытым ключом (PKI) и центрах сертификации (CA). Каждая сеть имеет открытый и закрытый ключ. Когда пользователь хочет осуществить установку безопасного соединения, он производит запрос исходного открытого ключа из центра аутентификации и осуществляет шифровку данных, перед тем как их отправить. Сайт использует собственный ключ для расшифровки данных. Степень защиты системы зависит от безопасности центра сертификации. При осуществлении MITM-атаки происходит распространение поддельных открытых ключей, среди которых у хакера есть соответствующий закрытый ключ, и при их применении передаваемые данные расшифровываются. Но поскольку в системе на основе блокчейн MITM исключается, при публикации пользователем открытого ключа для блокчейна об этом «узнают» все узлы. Данная информация записана в блок, а шифрование на основе блокчейна защищает целостность реестра. Например, Pomcore



предлагает проект на основе блокчейна для хранения хэшей выпущенных и отозванных сертификатов. Этот метод позволяет пользователям проверять сертификаты, оптимизируя доступ к сети.

Следующий тип атаки — манипулирование данными — может произойти с различной информацией, находящейся в сети. Тем не менее в блокчейн-системе сетевой партнер имеет возможность опубликовать различные хэши, которые имеют непосредственную связь с конкретным файлом и другими данными, требующими надежной защиты. Если случится сбой или намеренный взлом системы и хакеры получают информацию и откорректируют ее или подменяют, у них не будет возможности зафиксировать количество хэшей в блокчейне. Стартап GuardTime рекомендует применять платформу подписи без ключа, включающую в себя хэши данных и файлов, и осуществляет тщательную проверку копии с использованием алгоритмов хеширования. Предложенный подход предоставляет возможность осуществить модификацию процесса аутентификации с использованием ключей.

В итоге отметим, что блокчейн позволяет обеспечить совершенно иной подход для высоконадежной обработки информации, в том числе к защите критической инфраструктуры, пользовательских данных, каналов связи и бизнес-процессов организаций. Но необходимо обозначить, что существуют и некоторые технические проблемы, например плохая масштабируемость, тенденция к централизации, проблема доверия к данным.

Тем не менее используемые технические решения на базе технологии блокчейн находят все большее применение в самых разных отраслях современной инфраструктуры, от медицины до банковских услуг. Получаемая надежность информационных систем при использовании блокчейн-решений, как правило, перевешивает необходимые затраты на их внедрение и дальнейшую поддержку.

Список литературы

1. Равал С. Децентрализованные приложения. Технология Blockchain в действии. СПб., 2017.
2. Генкин А. С., Михеев А. А. Блокчейн: Как это работает и что ждет нас завтра. М., 2018.

Об авторах

Сергей Николаевич Ткаченко — канд. техн. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: tkasergey@yandex.ru

Дарья Александровна Казакова — магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: darya.kazakova.99@list.ru

Сергей Александрович Демин — ст. преп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: SDemin@kantiana.ru



S. N. Tkachenko, D. A. Kazakova, S. A. Demin

WAYS TO ENSURE RELIABLE INFORMATION PROCESSING IN DECENTRALIZED APPLICATIONS

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 22 February 2022

Accepted 13 March 2022

44

To cite this article: Tkachenko S.N., Kazakova D.A., Demin S.A. 2022, Ways to ensure reliable information processing in decentralized applications, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 40–44.

The article outlines the possibilities of decentralized applications and analyzes their functioning. The ways of ensuring the reliability and security of the use of decentralized applications are considered.

Keywords: blockchain, bank, information technology, implementation, management efficiency

The authors

Dr Sergey N. Tkachenko, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: tkasergey@yandex.ru

Daria A. Kazakova, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: darya.kazakova.99@list.ru

Sergey A. Demin, Assistant Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: SDemin@kantiana.ru

В. В. Токарев, А. А. Першина

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА И УПРАВЛЕНИЯ МИКРОКЛИМАТОМ ПОМЕЩЕНИЯ

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 17.06.2022 г.

Принята к публикации 28.06.2022 г.

45

Для цитирования: Токарев В. В., Першина А. А. Разработка системы мониторинга и управления микроклиматом помещения // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 45–52.

Система мониторинга и управления – это система, позволяющая снимать данные о показателях с объектов мониторинга удаленно, без физического присутствия. Она дает возможность работать как с датчиками и другими устройствами напрямую, так и с промежуточным устройством, например с контроллером или локальным концентратором. В текущей реализации создана система получения данных о температуре, влажности и энергопотреблении отопления в помещении. Также система включает в себя канал обратной связи для управления устройствами-актуаторами, то есть управляющими устройствами. К одному из таких типов устройств относится рекуператор – устройство для нагнетания воздуха в помещении с целью терморегуляции. Текущая реализация также предусматривает управление рекуператором путем задания расписания его работы. В системе реализована информационно-аналитическая среда, позволяющая выводить данные, удобные для восприятия, и анализировать энергопотребление.

Ключевые слова: разработка, обратная связь, сбор данных, микроклимат

Введение

Для мониторинга и управления микроклиматом в помещении была разработана система, состоящая из двух частей:

- масштабируемой системы сбора данных с каналом обратной связи;
- информационно-аналитической системы энергосбережения здания.

Данная система позволяет вести учет показателей и управлять расписанием рекуператора.

Система разрабатывалась для следующих устройств:

- контроллер;
- локальный концентратор;
- квартирный теплосчетчик;
- терморегуляторы;
- рекуператор;
- датчики температуры.

Разработка масштабируемой системы сбора данных с каналом обратной связи

46

К проблеме сбора данных с устройств, участвующих в единообразном производстве, всегда было приковано особое внимание заинтересованных сторон. Ведь только оперируя данными с различных датчиков, можно сделать выводы о правильности работы всех компонентов системы и в случае отклонения от нормы внести необходимые изменения. Особую роль играет проблема масштабируемости: то, что работает на малом количестве данных и компонентов, должно оставаться работоспособным при увеличении количества данных и устройств. Как было отмечено выше, при возникновении неполадок или просто показателей, которые не устраивают оператора системы, должна учитываться возможность скорректировать работу надлежащих компонентов системы.

Целью работы стало создание такой системы.

Масштабируемая система сбора данных с объектов мониторинга с каналом обратной связи предназначена для асинхронного сбора данных о показателях в неблокирующем режиме с наблюдаемых объектов, а также для принятия запроса на управление подключенными устройствами (рис. 1).

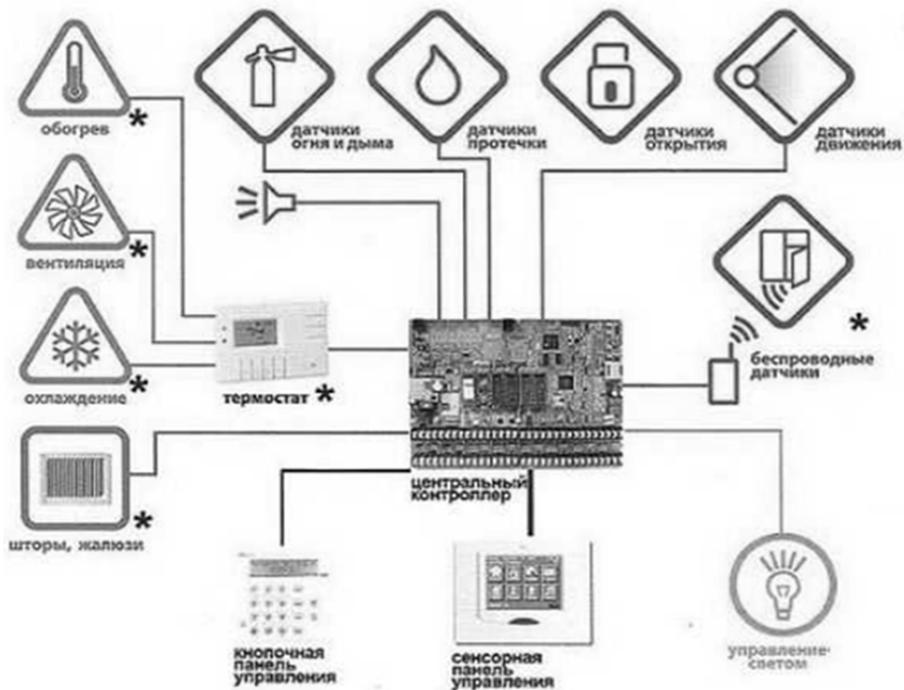


Рис. 1. Схема работы системы



Используемый стек технологий:

1. Aiohttp – асинхронный HTTP клиент-серверный веб-фреймворк для asyncio и Python [2].

2. SQLite3 – СУБД, предназначенная для хранения ORM баз данных [3].

3. MQTT – легкий, компактный открытый протокол обмена данными, реализованный для приема и передачи данных на местах, где требуется небольшой размер кода и существуют ограничения пропускной способности передачи канала данных.

Прежде всего было спроектировано хранилище данных. Для его реализации использована библиотека языка Python для работы с СУБД SQLite под названием SQLite3. Функционал для хранения предоставляет возможность хранить данные с установленных датчиков (рис. 2), а также расписание работы рекуператора (рис. 3). Весь функционал был реализован с помощью стандартных классов Python, которые затем были транслированы в базы данных SQLite.

47

id	Date_n_Time	SensorId	Temperature
1	06-May-2022 20:00:55:694031	2	-26
2	06-May-2022 20:01:04:711702	1	8
3	06-May-2022 20:01:16:743066	1	-33
4	06-May-2022 20:01:22:767141	2	49
5	06-May-2022 20:01:40:809728	1	-6
6	06-May-2022 20:01:52:849884	2	45
7	06-May-2022 20:02:07:892623	1	-15
8	06-May-2022 20:02:22:932709	2	20
9	06-May-2022 20:02:31:961307	1	12
10	06-May-2022 20:02:40:985885	1	41
11	06-May-2022 20:02:50:024940	2	-9
12	06-May-2022 20:02:56:041856	2	40
13	06-May-2022 20:03:05:072294	1	45
14	06-May-2022 20:03:14:091273	2	-28
15	06-May-2022 20:03:20:106696	1	9
16	06-May-2022 20:03:26:123608	1	-14
17	06-May-2022 20:03:32:138145	1	35
18	06-May-2022 20:03:41:158604	2	41
19	06-May-2022 20:03:47:175271	2	7

Рис. 2. Содержимое базы данных значений датчиков температуры

id	Start_Time	End_Time	Temperature
1	07:00	13:37	21

Рис. 3. Содержимое таблицы с расписанием рекуператора



Получение данных с датчиков происходит в асинхронном режиме по протоколу MQTT, то есть они накапливаются постоянно. Данные о расписании приходят только при получении соответствующих запросов на добавление изменений.

Основные особенности протокола MQTT:

- асинхронный протокол;
- компактные сообщения;
- работа в условиях с нестабильной связью при передаче и получении данных;
- поддержка нескольких уровней качества обслуживания (QoS);
- легкое встраивание новых условий.

Протокол MQTT работает на прикладном уровне модели сети поверх TCP/IP и использует по умолчанию 1883 порта (8883 при подключении через SSL) [1]. Обмен сообщениями в протоколе MQTT осуществляется между клиентом (client), который может быть издателем или подписчиком (publisher/subscriber) сообщений, и брокером (broker) сообщений.

Издатель осуществляет отправку данных на MQTT брокер, указывает в сообщении определенный топик (topic, тему). Подписчики могут получать разного рода данные от нескольких издателей в зависимости от подписки на соответствующие темы.

Устройства MQTT используют определенные разновидности сообщений для реализации взаимодействия с брокером, ниже представлены основные:

- connect – установить соединение с брокером;
- disconnect – разорвать соединение с брокером;
- publish – опубликовать данные в топик на брокере;
- subscribe – подписаться на топик на брокере;
- unsubscribe – отписаться от топика.

Сервис поддерживает несколько режимов работы:

Агрегирование данных – накапливание данных в асинхронном режиме с датчиков и с входящих запросов с изменениями.

Управление устройствами – отправка команд на управляющие устройства.

Разработка программного обеспечения информационно-аналитической системы энергосбережения здания

Информационно-аналитические системы (ИАС) – системы, предназначенные для сбора и предоставления различной информации для принятия решений на основе анализа данных.

Реализуемая система предназначена для отслеживания различных показателей датчиков (температура в помещении, влажность в помещении), анализа информации об энергопотреблении, составления графика работы рекуператора для поддержания заданной температуры в заданных временных интервалах.



Поскольку информационно-аналитическая система будет представлять собой веб-сервис, необходимо определить программные средства для ее разработки:

- REST — протокол взаимодействия между сервисом агрегирования данных и веб-сервисом;
- Python — язык разработки;
- HTML, CSS, JavaScript — языки разметки;
- Django — фреймворк для разработки веб-приложения.

Поскольку в реализуемой системе важнейшим пунктом является удобство пользования для человека, то важно реализовать визуальный интерфейс. Визуальный интерфейс веб-приложения представляет собой HTML-страницы. В фреймворке Django создан удобный функционал для реализации веб-страниц, интегрируемых с View. Данный функционал носит название шаблонов (Template).

В разрабатываемой системе предусмотрены четыре окна.

1. Окно авторизации. Данная страница является главной страницей приложения, и именно на нее осуществляется переадресация неавторизованного пользователя при попытке получения доступа к другим узлам сервиса. Данная страница состоит из формы ввода логина и пароля. К кнопке формы привязан POST-запрос, ведущий на соответствующий View.

2. Окно показателей датчиков представлено на рисунке 4. На данной странице отображаются температура в помещении; влажность в помещении; температура батарей; режим работы рекуператора. Для расположения всех необходимых элементов, отвечающих за показатели, используется универсальный контейнер. Внутри него располагаются элементы списка, каждый из которых представлен вкладкой, содержащей текст — обработанные данные соответствующего показателя. Выше располагается панель навигации, состоящая из кнопок, ведущих на другие страницы системы. Данная панель содержится внутри всех веб-страниц за исключением страницы авторизации.



Рис. 4. Окно показателей датчиков

3. Окно статистики (рис. 5), в котором отображен график потребления теплоэнергии. Для вывода таблицы и графика используется JavaScript, а именно библиотека Highcharts. Также в данном окне отображается оценка энергоэффективности здания. Оценка энергоэффек-

тивности происходит на основании [4]. Также выводятся показатели удельного годового расхода теплотенергии, потенциала снижения потребления и целевого уровня экономии. Данные показатели рассчитываются в соответствии с [5].

50



Рис. 5. Окно статистики и оценки энергоэффективности

4. Окно для настройки расписания работы рекуператора (рис. 6) представляет собой страницу, на которой располагается форма для ввода времени начала периода, времени окончания периода и требуемой температуры в указанный период. Под формой располагается таблица с расписанием. Каждая строка представляет собой описание расписания, а также включает кнопку для удаления. Работа по добавлению расписания на страницу осуществляется с помощью вставок на языке JavaScript для придания странице интерактивности. При добавлении расписания предусмотрен функционал проверки добавляемого расписания, а именно непревалирования времени начала над временем окончания и неперекрывтия временным интервалом нового расписания любого из уже добавленных. При попытке добавить данные, не удовлетворяющие перечисленным выше критериям, возникает всплывающее окно с предупреждением и данные не добавляются.

Система управления микроклиматом в помещении

Показатели | Статистика | **Расписание** | Выход

Время начала: [07:30] | Время окончания: [15:00] | Температура: [15] °C | [Отправить]

Время начала	Время окончания	Температура	Удалить
07:30	15:00	15	

Рис. 6. Окно настройки расписания

Завершает реализованную систему вкладка «Выход». При нажатии на данную вкладку происходит деавторизация и перенаправление на страницу авторизации.



Результаты

1. Была реализована система по сбору данных с возможностью масштабирования, то есть с возможностью добавления новых обрабатываемых устройств и систем устройств.

2. Был добавлен канал обратной связи, то есть возможность управлять акuatorами, в частности рекуператором.

3. Была реализована информационно-аналитическая система энергосбережения.

Результатом работы является система мониторинга и управления микроклиматом помещения. Причем данная система может использоваться не только на промышленных предприятиях, но и частными пользователями, а также общественными зданиями.

51

Список литературы

1. *Paho-MQTT E*. MQTT-SN Software. 2018.
2. *Протокол MQTT*: концептуальное погружение. URL: <https://habr.com/ru/post/463669/> (дата обращения: 19.05.2022).
3. *Документация* по фреймворку aiohttp. URL: <https://docs.aiohttp.org/en/stable/> (дата обращения: 19.05.2022).
4. *Тепловая защита зданий*: СНиП 23-02-2003. URL: <http://sniprf.ru/razdel-2/23-02-2003> (дата обращения: 19.05.2022).
5. *Об утверждении* методических рекомендаций по определению в сопоставимых условиях целевого уровня снижения государственными (муниципальными) учреждениями суммарного объема потребляемых ими дизельного и иного топлива, мазута, природного газа, тепловой энергии, электрической энергии, угля, а также объема потребляемой ими воды : приказ Минэкономразвития России от 15 июля 2020 г. №425. Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».

Об авторах

Владимир Владимирович Токарев – магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: coaka2013@gmail.com

Александра Алексеевна Першина – магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: 110898@inbox.ru

V. V. Tokarev, A. A. Pershina

DEVELOPMENT OF A MONITORING AND CONTROL SYSTEM FOR THE INDOOR MICROCLIMATE

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 17 June 2022

Accepted 28 June 2022

To cite this article: Tokarev V. V., Pershina A. A. 2022, Development of a monitoring and control system for the indoor microclimate, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 45 – 52.



A monitoring and control system is a system that allows you to remotely collect data on indicators from monitoring objects, without a physical presence. This system allows you to work both with sensors and other devices directly, and with an intermediate device, for example, with a controller or a local hub. In the current implementation, obtaining data on temperature, humidity and energy consumption of heating in a room has been created. The system also includes a feedback channel for controlling actuator devices, that is, command devices. One of these types of devices is a heat exchanger – a device for blowing air into a room for the purpose of thermoregulation. The current implementation also provides for the control of the heat exchanger by setting the schedule for its operation. The system has an information and analytical environment that allows you to display data that is convenient for perception and analyze energy consumption.

Keywords: development, feedback, data collection, microclimate

The authors

Vladimir V. Tokarev, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: coaka2013@gmail.com

Alexandra A. Pershina, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: 110898@inbox.ru

М. Д. Былинский

ЗАЩИТА ПРИЛОЖЕНИЙ JAVASCRIPT С ПОМОЩЬЮ WEB CRYPTOGRAPHY API

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 02.07.2022 г.

Принята к публикации 26.07.2022 г.

53

Для цитирования: Былинский М.Д. Защита приложений Javascript с помощью Web Cryptography API // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 53–60.

По мере роста количества веб-приложений возрастает потребность обычных пользователей в более безопасных веб-приложениях, и веб-разработчики пытаются соответствовать этим ожиданиям. Данная статья посвящена рассмотрению основных концепций Web Cryptography API, что определяет криптографические примитивы, которые должны быть развернуты в браузерах и веб-приложениях JavaScript. Целью статьи является теоретическое обоснование применения Web Crypto API в собственной среде JavaScript для защиты веб-приложений. Раскрыты ключевые понятия в рамках Web Crypto API; описаны дизайн и общие интерфейсы для использования криптографических алгоритмов; обозначены возможные ограничения Web Crypto API; рассмотрены совместимость и принцип работы с криптомодулем Node.js, в частности разработан прототип WebCrypto для Node.js. Результаты исследования представляют конкретные доказательства того, что веб-приложения, использующие Web Crypto API, становятся более безопасными, поскольку они обеспечивают соблюдение шаблонов использования ключей, соответствующих известным передовым методам криптографии. Полученные данные свидетельствуют о том, что следует уделять больше внимания установлению взаимодействия между Web Crypto API и существующим криптомодулем Node.js.

Ключевые слова: Web Cryptography API, криптография, криптографические примитивы, Node.js, JavaScript, прототип WebCrypto, аутентифицированное шифрование

Значимость криптографии

По мере того как программное обеспечение становится все более модульным, растет потребность в защите веб-приложений. Криптография становится все более важна в современной разработке приложений с многочисленными вариантами использования, будь то сквозное шифрование в приложении для обмена сообщениями, схема аутентификации для онлайн-банкинга или доказательство целостности важных данных.

До недавнего времени в браузерах не было встроенных криптографических API, что привело к появлению большого количества библиотек JavaScript, реализующих криптографию для веб-приложений. Как



бы хорошо ни были спроектированы и написаны эти библиотеки, программисты были вынуждены использовать JavaScript, который оказался особенно неподходящим языком программирования для криптографических алгоритмов из-за своей высокоуровневой природы, отсутствия 64-битной целочисленной арифметики, доступа к аппаратным функциям и многопоточности [14, p. 10].

Сообщество Node.js рано осознало важность криптографии и уже более 10 лет предоставляет различные криптографические функции с помощью криптомодуля Node.js [5].

В 2017 г. Консорциум World Wide Web (W3C) опубликовал Web Cryptography API, что позволяет приложениям JavaScript в браузерах использовать общие криптографические функции без необходимости обращения к каким-либо сторонним библиотекам. Эти функции, независимо от того, предоставляются они через криптографический сервис API или через криптомодуль Node.js, часто называют «криптографическими примитивами». Несмотря на то что эти механизмы хорошо зарекомендовали себя и считаются безопасными сами по себе, их легко использовать неправильно и, возможно, небезопасным образом [10].

Дизайн Web Crypto API

На момент написания статьи все популярные браузеры обеспечивают реализацию Web Crypto API для приложений JavaScript через полуглобальный криптообъект (англ. semi-global crypto object) [3]. Теперь рассмотрим API и способы его использования.

Получение криптографически защищенных случайных данных

Первую примечательную особенность Web Crypto API составляет `crypto.getRandomValues`, который в настоящее время является единственным способом для веб-приложений получать криптографически безопасные случайные данные:

```
const twentyBytes = crypto.getRandomValues(new Uint8Array(20));
console.log(twentyBytes);
```

Все остальные функции Web Crypto API доступны через объект `crypto.subtle`. В отличие от `crypto.getRandomValues`, все функции `crypto.subtle` возвращают объекты `Promise`, как указано в спецификации языка ECMAScript 2015, что позволяет браузерам выполнять необходимые вычисления асинхронно в фоновом режиме вместо блокировки цикла обработки событий JavaScript.

Общие интерфейсы для использования криптографических алгоритмов

Web Crypto API предоставляет набор универсальных интерфейсов для выполнения операций с использованием различных криптографических алгоритмов, которые идентифицируются стандартизированными и в основном говорящими сами за себя именами, такими как AES-CTR, RSA-OAEP, SHA-256 и PBKDF2 [12].



Все операции принимают объект, идентифицирующий алгоритм и опции, если это необходимо. Например, этот фрагмент кода генерирует ключ AES, а затем шифрует сообщение с использованием режима сцепления блоков шифротекста (англ. Cipher Block Chaining mode (CBC)):

```
const key = await crypto.subtle.generateKey(
  // The algorithm is AES in CBC mode, with a key
length
  // of 256 bits.
  {
    name: 'AES-CBC',
    length: 256
  },
  // Allow extracting the key material (see below).
  true,
  // Restrict usage of this key to encryption.
  ['encrypt']
);

// AES-CBC requires a 128-bit initialization vector
(iv).
const iv = crypto.getRandomValues(new Uint8Array(16));

// This is the plaintext:
const encoder = new TextEncoder();
const message = encoder.encode('Hello world!');

// Finally, encrypt the plaintext, and obtain the
ciphertext.
const ciphertext = await crypto.subtle.encrypt(
  // The algorithm is still AES-CBC. In addition,
the
  // 128-bit initialization vector must be specified.
  {
    name: 'AES-CBC',
    iv
  },
  // The encryption key. This must be an AES-CBC key,
  // otherwise, this function will reject.
  key,
  // The plaintext to encrypt.
  message
);
```

Web Cryptography API использует экземпляры класса `ArrayBuffer` для представления последовательности байтов, но большинство функций также принимают любой тип `TypedArray` в качестве входных данных [13]. Результатом `crypto.subtle.encrypt` будет `ArrayBuffer`, и, вероятно, его необходимо преобразовать в другой тип данных или формат для хранения или передачи зашифрованных данных.



Шаблоны использования соответствуют лучшим практикам в криптографии

В отличие от многих других криптографических библиотек, Web Crypto API применяет некоторые шаблоны использования ключей, соответствующие известным передовым методам криптографии [15]. Ключи можно использовать и получать к ним доступ только через класс `CryptoKey`, который накладывает определенные ограничения: материал ключа может быть извлечен из `CryptoKey` только в том случае, если его свойство `extractable` было явно установлено в `true` во время его создания.

56

Точно так же каждый `CryptoKey` имеет алгоритм (`algorithm`) и атрибут использования (`usages`). Если ключ используется для операции (например, для создания цифровой подписи) в контексте алгоритма (например, `RSASSA-PSS`), операция завершается ошибкой, если алгоритм (`algorithm`) ключа не равен запрошенному алгоритму или если использование (`usages`) свойства не содержит запрошенное имя операции [8].

Эти ключевые свойства сохраняются при импорте и экспорте ключей в формате `JSON Web Key (JWK)`, но не в любом другом поддерживаемом формате. `JWK` представляет собой `JSON`-представление ключевого материала и поэтому является хорошим выбором для хранения или передачи данных в среде, которая традиционно имеет очень ограниченную поддержку двоичных данных [11, p. 9].

Неизменяемые объекты `WebCrypto` без состояния

Хороший аспект дизайна API заключается в том, что там, где другие библиотеки часто требуют, чтобы объекты проходили сложные жизненные циклы, все объекты `WebCrypto` не имеют состояния (англ. `stateless`) и неизменяемы (англ. `immutable`), что делает невозможным случайное использование ключей или алгоритмов в недопустимом или неожиданном состоянии.

Ограничения `Web Crypto API`

Одним из текущих ограничений `Web Crypto API` является отсутствие поддержки любой потоковой передачи. Одновременная обработка больших объемов данных обычно относительно неэффективна, поэтому `Node.js` предоставляет потоковые интерфейсы для многих криптографических функций, включая симметричное шифрование и дешифрование, хеширование, создание цифровой подписи и ее проверку.

Поддержка браузерами криптографических API различается, и хотя все распространенные браузеры реализуют API, нет гарантии, что конкретный алгоритм поддерживается во всех браузерах [4]. Если веб-приложение требует определенного алгоритма, и предполагается, что



оно будет работать в браузерах, которые могут его не поддерживать, может потребоваться динамическое переключение на реализацию JavaScript («polyfill»).

Некоторые аспекты API неясны в рекомендации W3C, и поведение браузеров отличается [9, р. 129]. Например, Firefox 73, в отличие от Google Chrome 80, позволяет разработчикам создавать ключи, которые нельзя ни извлечь, ни использовать, что означает, что их атрибуту `extractable` присвоено значение `false`, а атрибуту `usages` — пустой массив. Точно также Web Crypto API не требует, чтобы браузеры выдавали разумные сообщения об ошибках, и многие браузеры этого не делают, что приводит к разочарованию при отладке программного кода, использующего API.

В рекомендации Web Crypto API также предлагаются нестандартные функции, такие как параметр длины для AES в режиме счетчика (англ. counter mode), который позволяет пользователям ограничивать количество битов вектора инициализации, используемых в качестве счетчика. Эти функции доступны не во всех реализациях, а некоторые реализации могут игнорировать такие опции, что затрудняет обнаружение функций.

Совместимость с криптомодулем Node.js

Официальные дистрибутивы Node.js поддерживают все функции Web Crypto API, но модуль шифрования Node.js предоставляет другой API, а также другие функции и классы. Функции Web Crypto API, как правило, более общие. Например, все симметричное и асимметричное шифрование обрабатывается через `crypto.subtle.encrypt`, тогда как Node.js предоставляет отдельные функции `crypto.createCipheriv`, `crypto.publicEncrypt` и `crypto.privateEncrypt`, в зависимости от того, какой тип шифрования необходимо выполнить.

В большинстве случаев обмен данными между WebCrypto и Node.js crypto API относительно прост, но есть некоторые исключения. В некоторых случаях Web Crypto API представляет данные иначе, чем Node.js. Например, аутентифицированное симметричное шифрование, такое как AES-GCM, создает зашифрованный текст **C** и тег аутентификации **T** как отдельные последовательности в Node.js, но как единую конкатенированную последовательность **C | T** в WebCrypto. И поскольку **T** имеет фиксированный размер, преобразование между отдельными значениями и конкатенированной последовательностью легко реализовать в JavaScript.

Обмен ключами между Web Crypto API и Node.js в настоящее время ограничен отсутствием поддержки формата веб-ключа JSON (jwk) в Node.js [7]. Однако другие форматы кодирования ключей, используемые Web Crypto API (например, `spki`, `pkcs8` и `raw`), обычно хорошо поддерживаются и предлагают подходящую замену.

Команда Node.js недавно добавила в криптомодуль Node.js различные функции для обеспечения лучшей совместимости, например, под-



держку подписей RSASSA-PSS, настраиваемые хэш-функции для RSA-OAEP, функции для создания пары асимметричных ключей и преобразования между различными форматами ключей и подписей. Благодаря этим дополнениям к Node.js, веб-приложения могут рассчитывать на превосходную совместимость между Node.js и современными веб-браузерами.

Прототип WebCrypto для Node.js

Существует небольшое количество сторонних реализаций Web Crypto API для Node.js, и команда Node.js находится в процессе оценки потенциала Web Crypto API для приложений Node.js, включая реализацию прототипа, написанного на JavaScript:

58

Асинхронность. Спецификация WebCrypto требует, чтобы почти все операции выполнялись асинхронно, однако Node.js реализует очень мало операций асинхронно [6]. Обычно это не проблема, поскольку: 1) большинство криптографических функций невероятно быстры по сравнению с оверхедом (англ. overhead), который неразрывно связан с асинхронностью, 2) так как Node.js реализует большинство криптографических функций через эффективные потоковые интерфейсы. WebCrypto не имеет потоковых интерфейсов, а только одноразовые API. Таким образом, шифрование, хэширование, подпись или проверка больших объемов данных в WebCrypto затруднены без базовых асинхронных API.

Структура. Основной экспорт реализован в `lib/index.js` и представляет интерфейс `crypto`, как определено в разделе 10 спецификации WebCrypto. Он содержит:

1) `subtle` атрибут реализован в `lib/subtle.js`, включая все методы, описанные в разделе 14.3 спецификации WebCrypto. Эти методы обычно делегируют работу одной или нескольким криптографическим операциям, перечисленным в разделе 18.2.2 и реализованным в `lib/algorithms/`;

2) функция `getRandomValues` реализована в `lib/random.js`.

Тесты. Каталог `test` содержит небольшое количество модульных тестов. Все эти тесты необходимо проходить после каждого коммита. Можно запускать модульные тесты с помощью `npm test`.

Отчет о покрытии можно создать с помощью команды `npm runcover`.

Подмножество тестов веб-платформы также можно использовать для тестирования. Целесообразно инициализировать подмодуль `test/wpt/wpt`, чтобы использовать их. Можно запустить WPT, используя `npm run wpt`. Предлагаемые изменения не обязательно должны проходить все WPT, но они не должны нарушать тесты, которые прошли без изменений.

Линтинг. Этот репозиторий использует ESLint. Необходимо использовать `npm run lint` для проверки кода.



Использование Web Crypto API в Node.js

Одним из преимуществ использования Web Crypto API является возможность повторного использования одного и того же кода для браузерных приложений и приложений Node.js [2]. Однако некоторые характеристики веб-стандарта потенциально лучше подходят для браузеров, чем для Node.js, включая отсутствие поддержки потоковой передачи. Использование объектов Promise имеет смысл в современном JavaScript, но может привести к значительным накладным расходам на сервере при выполнении множества кратковременных криптографических операций, которые могут выполняться так же быстро, как один вызов функции в криптомодуле Node.js [1]. Также кажется неудобным то, что Web Crypto API работает с экземплярами `ArrayBuffer`, тогда как приложения Node.js в основном работают с экземплярами класса `Buffer`.

Ближайшая цель команды Node.js — обеспечить совместимость между Web Crypto API и существующим криптомодулем Node.js. Разумеется, по мере приближения к цели возникают определенные трудности, тем не менее пока можно отметить действительно основательный подход. Криптография, JavaScript и Node.js — быстро меняющиеся технологии, и такие стандарты, как Web Crypto API, должны будут соответствующим образом адаптироваться, как и их реализации.

Список литературы

1. Лоре А. Проектирование веб-API / пер. с англ. Д. А. Беликова. М., 2020.
2. Зима В.М., Молдовян А.А., Молдовян Н.А. Безопасность глобальных сетевых технологий. СПб., 2003.
3. Мао Венбо. Современная криптография. Теория и практика. М., 2005.
4. Сабанов А.Г., Скиба В.Ю. Некоторые аспекты защиты электронного документооборота // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. 2012. №2. С. 42–45.
5. Deveria A. Web Cryptography. 2020. URL: <https://caniuse.com/cryptography> (дата обращения: 13.05.2022).
6. Laurie B., Langley A., Kasper E. RFC 6962 Certificate Transparency. Experimental, IETF, 2013. URL: <https://tools.ietf.org/html/rfc6962> (дата обращения: 10.05.2022).
7. Torlak E., Taghdiri M., Dennis G., Near J.P. Applications and extensions of alloy: past, present and future // Mathematical Structures in Computer Science. 2013. Vol. 23. P. 315–333.
8. Near J.P., Jackson D. Derailer: Interactive security analysis for web applications. 2014. URL: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/100435> (дата обращения: 10.05.2022).
9. Cairns K., Halpin H., Steel G. Security Analysis of the W3C Web Cryptography API // Proceedings of Security Standardisation Research (SSR). Gaithersberg, 2017. P. 112–140.
10. Watson M. Web Cryptography API // Tech. Rep. Cambridge: W3C, Jan. 2017. URL: <https://www.w3.org/TR/WebCryptoAPI/> (дата обращения: 08.05.2022).
11. Jones M. JSON Web Key (JWK). IETF. May 2015. Proposed Standard. URL: <https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc7517> (дата обращения: 10.05.2022).



12. Turner S. Asymmetric Key Packages. IETF. August 2010. Proposed Standard. URL: <https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc5958> (дата обращения: 12.05.2022).
13. Stanford Computer Security Lab. Stanford Javascript Crypto Library (SJCL). 2019. URL: <http://bitwiseshiftleft.github.io/sjcl/> (дата обращения: 10.05.2022).
14. Ptacek Th. Javascript Cryptography Considered Harmful. 2011. URL: <https://www.nccgroup.trust/us/about-us/newsroom-and-events/blog/2011/august/javascript-cryptography-considered-harmful/> (дата обращения: 11.05.2022).
15. Perrin T. Web Cryptography API. Editor's draft, W3C, 2014. URL: <http://github.com/trevp/curve25519webcrypto> (дата обращения: 08.05.2022).

Об авторе

60

Мстислав Дмитриевич Былинский — магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: mcstyle@yandex.ru

M. D. Bylinsky

SECURING JAVASCRIPT APPLICATIONS WITH THE WEB CRYPTOGRAPHY API

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 02 July 2022

Accepted 26 July 2022

To cite this article: Bylinsky M.D. 2022, Securing JavaScript applications with Web Cryptography API, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 53 – 60.

With an increasing number of web applications, the need of ordinary users to have more secure web applications has increased and web developers are attempting to match those expectations. This article is devoted to consideration of the basic concepts of the Web Cryptography API since it defines cryptographic primitives to be deployed across browsers and JavaScript web applications. The purpose of the article is the theoretical justification for the application of Web Crypto API within native JavaScript environments in order to secure web applications. The article deals with the key definitions within the Web Crypto API; describes design and generic interfaces for using cryptographic algorithms; indicates possible limitations of the Web Crypto API; reviews its compatibility and implementations for Node.js cryptomodule, for instance, a WebCrypto prototype for Node.js has been developed. The results of study provide concrete evidence that web applications that use Web Crypto API become more secure as it enforces usage patterns of keys that correlate to known best practices in cryptography. The findings suggest that more emphasis should be placed on providing interoperability between the Web Cryptography API and the existing Node.js crypto module.

Keywords: Web Cryptography API, cryptography, cryptographic primitives, Node.js, JavaScript, WebCrypto prototype, authenticated encryption

The author

Mstislav D. Bylinsky, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.
E-mail: mcstyle@yandex.ru

М. Г. Филатова

СЕТЬ СОТОВОЙ СВЯЗИ ПЯТОГО ПОКОЛЕНИЯ НА ТЕРРИТОРИИ НАЦИОНАЛЬНОГО ПАРКА

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 26.02.2022 г.

Принята к публикации 12.03.2022 г.

61

Для цитирования: *Филатова М. Г.* Сеть сотовой связи пятого поколения на территории национального парка // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 61 – 66.

В последние годы наблюдается резкий рост посещаемости парка Куршская коса, увеличивается количество абонентов, нуждающихся в высококачественной и стабильной сотовой связи. Представлены технические решения по организации на территории национального парка сети сотовой связи пятого поколения. Произведены расчеты дальности связи, рекомендовано специализированное оборудование и определено общее количество базовых станций такой сети. На основе полученных результатов с помощью специализированной программы построена и затем оптимизирована сеть сотовой связи, рассчитан срок ее окупаемости.

Ключевые слова: радиоприем, мобильная радиосвязь, сети 5G (пятого поколения), диапазон частот, базовая станция

Резко возросший в последнее время туристический поток становится главной причиной развития систем связи в наиболее посещаемых районах, одним из которых является национальный парк «Куршская коса». Значительно увеличившееся по сравнению с предыдущими годами количество посетителей способствует росту потребности абонентов в стабильной и качественной сотовой связи, предоставляющей доступ к широкому спектру сервисов и услуг. Исходя из этого был проведен анализ территории данного заповедника и существующего там уровня развития сетей мобильной радиосвязи.

Общая площадь национального парка «Куршская коса» равна 66,21 км². Площадь поселковой зоны – 4,61 км², площадь туристической зоны – 9,24 км². Численность населения составляет порядка 1600 чел. По официальным данным, только за период с января по май 2021 г. парк посетило свыше 500 тыс. чел. На территории Куршской косы находятся три населенных пункта: пос. Лесной, пос. Рыбачий и с. Морское, в зоне которых наблюдается наибольшее скопление людей. Территория национального парка отличается густыми лесными массивами и большой изрезанностью по рельефу, что может создавать затруднения при передаче сигнала и таким образом влиять на качество связи.



В соответствии с информацией, находящейся в открытом доступе, мобильная связь на территории Куршской косы реализуется четырьмя провайдерами: ПАО «ВымпелКом», ПАО «МегаФон», ПАО «МТС» и ООО «Г2 Мобайл». У каждого из этих операторов, предоставляющих связь в заповедной зоне, имеются сайты, поддерживающие стандарт LTE, предоставляющий на данный момент наибольшее количество необходимых абонентам услуг сотовой связи. Однако при анализе таких сетей был выявлен низкий уровень качества связи даже в пределах населенных пунктов.

Целью настоящей работы является разработка сети сотовой связи на Куршской косе, использующей технологию 5G, которая за счет высоких технических показателей (задержки до 1 мс, пропускная способность до 20 Гбит/с, высокая энергоэффективность и пр.), позволяет предоставлять абонентам широкий спектр услуг. Также в дальнейшем такую сеть можно будет использовать для реализации концепции «умного» парка.

Прежде всего необходимо определить диапазон рабочих частот. В России на данный момент провайдерам был выделен диапазон 4,8–4,99 ГГц. Также, согласно постановлению ГКРЧ от 4 мая 2021 г., полоса радиочастот 24,25–25,25 ГГц может использоваться сетями связи стандарта 5G [1–5]. Для планируемой сети поддиапазон 4,85–4,95 ГГц является наиболее подходящим, поскольку может использоваться как для различных пользовательских приложений, так и для межмашинной коммуникации и интернета вещей. Данный диапазон имеет разнесение каналов по времени, что значительно повышает эффективность его использования и сокращает расходы на проектирование сети.

В качестве оборудования подойдет активная антенная система AAU 5612 производства компании Huawei. Одна из особенностей таких антенн состоит в том, что, в отличие от обычных антенн, для AAU не требуется установка отдельного радиомодуля. Также они поддерживают технологию массивного MIMO при потреблении малых мощностей.

Далее необходимо произвести расчет бюджета канала. Он сводится к определению максимально допустимых потерь на трассе распространения радиосигнала:

$$L_{\text{МДП}} = T_{\text{ХЕИРР}} - R_{\text{Х}_{\text{min}}} - L_{\text{PL}} - L_{\text{FL}} - L_{\text{EL}} - L_{\text{BL}} - L_{\text{SF}} - L_{\text{CI}}, \quad (1)$$

где $T_{\text{ХЕИРР}}$ – эквивалентная изотропно-излучаемая мощность на выходе антенны передатчика (ЭИИМ); $R_{\text{Х}_{\text{min}}}$ – минимально необходимый уровень мощности на входе приемника; L_{PL} – потери на проникновение в здание; L_{FL} – потери при прохождении различных растительных преград; L_{EL} – потери в осадках; L_{BL} – потери в теле человека; L_{SF} – потери, которые обусловлены медленными замираниями; L_{CI} – запас на интерференцию.

Результаты расчета максимально допустимых потерь на линиях «вверх» ($L_{\text{МДП UL}}$) и «вниз» ($L_{\text{МДП DL}}$) для различных видов модуляции по формуле (1) представлены в таблице 1.



Таблица 1

Виды модуляции:	Максимально допустимые потери	
	$L_{МДП UL}$, дБ	$L_{МДП DL}$, дБ
QPSK	144,7	138,9
16-QAM	129,7	126,9
64-QAM	117,7	115,9
256-QAM	103,7	101,9

Затем для расчета радиопокрытия проектируемой сети была выбрана модель из рекомендации 3GPP TR 38.901, работающая в диапазонах от 500 МГц до 100 ГГц. Дальность связи для пригородной застройки при отсутствии прямой видимости рассчитывается следующим образом:

$$PL(R) = 161,04 - 7,11\lg(W) + 7,5\lg(h) - (24,37 - 3,7\left(\frac{h}{h_{BC}}\right)^2) \cdot \lg(h_{BC}) + (43,42 - 3,11\lg(h_{BC}))(\lg(L) - 3) + 20\lg(f_c) - (3,2(\lg(11,75h_{AC}))^2 - 4,97), \quad (2)$$

где W – средняя ширина улиц; h – средняя высота зданий; h_{BC} – высота базовой станции; h_{AC} – высота абонентской станции; f_c – рабочая частота [2].

Радиус зоны покрытия определяется из первого уравнения связи:

$$L_{МДП} = PL(R). \quad (3)$$

Теперь необходимо оценить дальность связи относительно требуемого трафика:

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi N_{BC}}}, \quad (4)$$

где S – площадь обслуживаемой территории (в данном случае берется площадь населенных пунктов и туристических мест); N_{BC} – количество базовых станций (БС) для предполагаемого трафика:

$$N_{BC} = \frac{NT_{cp}}{\nu} + 1, \quad (5)$$

где NT_{cp} – средняя пропускная способность сети; ν – пропускная способность одной ячейки связи.

В таблице 2 приведены результаты расчетов количества БС и радиуса зоны обслуживания, полученные с помощью формул (1–5).

Таблица 2

Вид модуляции	R (по бюджету канала), м		R (по трафику), м		N_{BC}	
	DL	UL	DL	UL	DL	UL
QPSK	1733	1233	311	128	45	270
16-QAM	708	602	436	180	23	135
64-QAM	345	311	528	220	15	90
256-QAM	147	132	604	254	12	68



Как видно из таблицы 2, линия вверх при расчете радиуса зоны покрытия и по бюджету, и по трафику является ограничивающим фактором. Соответственно, радиус следует выбирать исходя из значений, рассчитанных для UL. По бюджету R получается больше, чем по трафику, поэтому значения необходимо брать из второго случая, поскольку мощность базовых станций всегда можно уменьшить до требуемого уровня.

Если сравнивать оставшиеся значения радиуса зоны покрытия БС, то наиболее приемлемым окажется R , соответствующий виду модуляции 64-QAM (то есть $R = 220$ м). Здесь радиусы по бюджету и по трафику, в отличие от остальных видов модуляции, имеют наименьшую разницу. Базовых станций же получается 90.

При помощи программы ICS Telecom такая сеть была спроектирована и оптимизирована: количество БС сократилось до 66 (рис. 1–3).

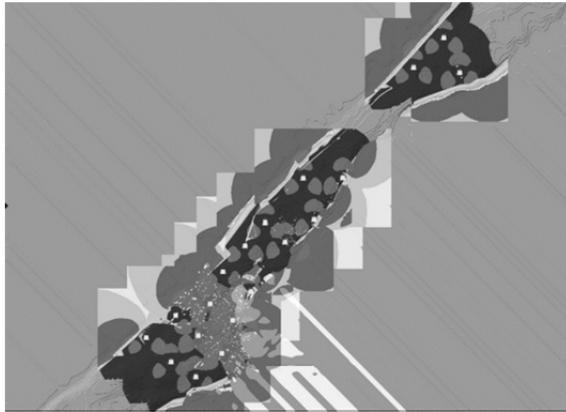


Рис. 1. Расположение БС в пос. Лесной и у музейного комплекса (19 БС)



Рис. 2. Расположение БС в пос. Рыбачий и у «Танцующего леса» (29 БС)



Рис. 3. Расположение БС в с. Морское и у оз. Лебедь (18 БС)

Приблизительный срок окупаемости сети можно рассчитать по формуле

$$T = \frac{K_3}{D_r - \mathcal{E}}, \quad (6)$$

где K_3 — капитальные вложения, D_r — годовые доходы, \mathcal{E} — годовые затраты на эксплуатацию.

Для сети, организованной по расчетным данным, срок окупаемости составит 8 лет 1 месяц, а для оптимизированной — 5 лет 7 месяцев.

Таким образом, на территории национального парка «Куршская коса» можно построить сеть пятого поколения, состоящую из 66 БС, расположенных в наиболее заполненных людьми участках, с радиусом дальности связи 220 м.

Список литературы

1. *О внесении изменений в раздел II Таблицы распределения полос радиочастот между радиослужбами Российской Федерации*: приказ Минкомсвязи России от 04.05.2021 г. №719. Доступ из справ.-правовой службы «Гарант».
2. *Гимадинов Р. Ф.* Кластеризация в мобильных сетях 5G. Случай частичной мобильности // Информационные технологии и телекоммуникации. 2015. Т. 3, №2. С. 44–52.
3. *Teral S.* IHS Markit. 5G best choice architecture: White Paper, 2019.



4. Тихвинский В.О., Терентьев С.В., Коваль В.А. Сети мобильной связи 5G: технологии, архитектура и услуги. М., 2019.

5. Тихвинский В.О. Сети 5G и IoT – инновационная среда для цифровой экономики России // Электросвязь. 2017. №8. С. 18–24.

Об авторе

Мария Германовна Филатова – студ., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: fil2000@bk.ru

M. G. Filatova

CELLULAR COMMUNICATION NETWORK OF THE FIFTH GENERATION IN THE TERRITORY OF THE NATIONAL PARK

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 26 February 2022

Accepted 12 March 2022

To cite this article: Filatova M.G. 2022, Cellular communication network of the fifth generation in the territory of the national park, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 61–66.

There has been a rapid increase in the attendance of the Curonian Spit Park during last years. The number of customers in need of high-quality and stable cellular communications is increasing. This paper presents technical solutions for a fifth-generation cellular network organization on the territory of the national park. Calculations of the communication range of one site was made. The total number of base stations of such a network was determined. Based on the results a cellular network was built and then optimized with the help of a specialized program. Its payback period was calculated too.

Keywords: radio reception, mobile radio-communication, 5G networks (fifth generation), frequency range, base station

The author

Maria G. Filatova, Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: fil2000@bk.ru

А. Сачёва, А. Джармагамбетов, А. П. Картушин

ОБЗОР МИРОВЫХ ТЕНДЕНЦИЙ В ОБЛАСТИ 3D-ТЕХНОЛОГИЙ

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 22.04.2022 г.

Принята к публикации 04.05.2022 г.

Для цитирования: Сачёва А., Джармагамбетов А., Картушин А. П. Обзор мировых тенденций в области 3D-технологий // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 67–76.

67

Рассмотрены основные тенденции в области 3D-технологий, дан краткий статистический обзор основных стран и компаний, участвующих в развитии отрасли. Представлен список приоритетных областей, в которых может быть применена данная технология, и основных препятствий при внедрении технологий. Кратко раскрывается аспект влияния 3D-технологий на мировую экономику и бизнес-процессы, в частности на транспорт и логистику.

Ключевые слова: Индустрия 4.0, 3D-производство, 3D-технологии, инновации, экономика

Мировые тенденции 3D-технологий

С тех пор как впервые заговорили о четвертой промышленной революции, прошло уже достаточно времени, чтобы ситуация на рынке в корне изменилась: из перспективной технологии, которую только следует начать развивать, аддитивная печать стала уже развитой и приобрела достаточную популярность, чтобы перестать быть элементом научной фантастики. В начале 2016 г. исследовательская группа IoT Analytics провела масштабное изучение открытых данных Европейского отдела регистрации патентов (англ. European Patent Office, далее ЕРО) на предмет регистрации патентов из списка технологий, применяемых в рамках Индустрии 4.0. В результате выявлено, что к концу пятилетнего срока внедрения новых технологий, в некоторых отраслях произошел резкий скачок исследований, а значит, и новых регистрируемых патентов в этой области.

Особенно это касается 3D-технологий, которые занимают в этом списке третью строчку. По данным ЕРО, к концу 2015 г. было зарегистрировано в 2 раза больше патентов (1283), чем в 2014 г., при этом в первые годы внедрения данной технологии их были единицы. Согласно IoT Analytics, в 2020 г. наибольшее количество исследований в рамках Индустрии 4.0 получают следующие пять технологий [1]:

- 3D-печать;
- сеть со скоростью 5G;



- искусственный интеллект;
- дополненная реальность;
- электророботы.

Лидирующими компаниями, согласно исследованиям, были отмечены Siemens, General Electrics (GE) и Boeing со следующими положительными изменениями в структуре компании [1]:

- Siemens: широкая и дальновидная стратегия Индустрии 4.0; лидер в передовых цифровых бизнес-моделях; обширное внедрение стратегий Индустрии 4.0 на собственных заводах;

- General Electrics (GE): отлично продуманный подход к цифровому близнецу; отличные (цифровые) продукты; убедительное использование новых технологий в собственных продуктах / на фабриках;

- Boeing: всестороннее и масштабное внедрение цифровых близнецов; новаторские работы по различным технологиям (3D-печать, дополненная реальность, моделирование).

В географическом плане, по данным сайта Graphic Display World, мировыми лидерами на рынке 3D-технологий являются Соединенные Штаты Америки, Великобритания и Германия [2]:

- США стали родиной первого 3D-принтера, наибольшие открытия в этой сфере принадлежат ученым и конструкторам, работающих именно в этой стране;

- Великобритания стала лидером за счет передового открытия – летающего 3D-принтера [3], что позволило сделать невероятный скачок в исследованиях этого метода. Основная проблема для массового использования заключается в громоздкости и экстремальной компьютерной сложности расчетов построения траектории движения;

- Германия – один из крупнейших «мозговых центров» современной Европы. Именно немецкие ученые первыми заговорили об аддитивных технологиях (АТ) как о зеленых технологиях, которые будут применяться повсеместно в ближайшем обозримом будущем.

Эта тройка стран обладает наиболее вероятными перспективами при дальнейшей работе и создании инноваций в сфере аддитивного производства.

В представленном ниже списке есть также две компании-коллаборации [4], а сам список выглядит следующим образом:

- 3D Systems (США);
- EOS GmbH (Германия);
- SLM Solutions (Германия);
- Stratasys (США);
- Objet Geometries (США – Израиль);
- EnvisionTEC (США – Германия (DLP));
- ExOne (США);
- Voxeljet (Германия);
- Arcam AB (Швеция).

Эти компании предоставляют услуги 3D-печати и производят 3D-технику с самыми различными характеристиками. Кроме качества продукции выпускаемую технику отличают также высокая цена и спрос.



Основной оборот отрасли дают услуги, быстро растут сегменты продажи материалов и оборудования. По прогнозам мировых экспертов, мировой рынок АТ к 2027 г. достигнет показателя в 41,6 млрд долл., высокий спрос будут иметь именно услуги 3D-печати (рис. 1).



Рис. 1. Динамика и прогноз общего объема рынка аддитивных технологий (по областям применения), млрд долл.

Источник: SmarTech Publishing. URL: <https://www.smartechanalysis.com/> (дата обращения: 01.04.2022).

Таким образом, в мировой практике, если не сосредоточивать внимание на конкретных наименованиях, легко определяются главные направления или функциональные области, в которых 3D-технологии получают органичную реализацию:

- компании – производители оборудования для аддитивного производства;
- компании – производители материалов для аддитивного производства;
- компании-дистрибьюторы;
- поставщики 3D-услуг, работающие на контрактной основе;
- научно-исследовательские центры;
- учебно-образовательные центры;
- разработчики программного обеспечения;
- виртуально-цифровые порталы, напрямую связанные с 3D-печатью.

Влияние 3D-технологий на мировую экономику

Также стоит обратить внимание не только на популярность самой технологии, но и на то, как будут меняться производство, ряд бизнес-процессов и мировая экономика под ее влиянием.

Мировой рынок аддитивных технологий с 2014 по 2020 г. рос со среднегодовыми темпами в 19,3 %, достигнув к 2020 г. объема почти в



12 млрд долл. Согласно отчету GlobalData, в настоящее время на долю рынка 3D-печати приходится менее 0,1 % от общего мирового производственного рынка, который оценивается в 12,7 трлн долл. (рис. 2).

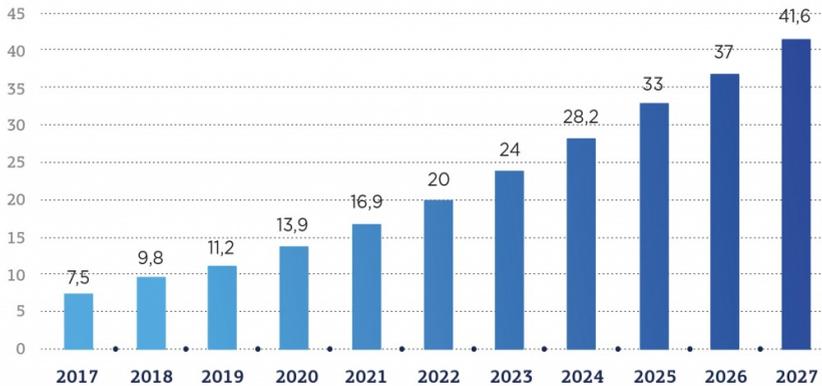


Рис. 2. Состояние и прогноз объема мирового рынка АТ, млрд долл.

Источник: *Exponential technologies in manufacturing*. URL: <https://www2.deloitte.com/us/en/pages/manufacturing/articles/advanced-manufacturing-technologies-report.html> (дата обращения: 21.03.2022).

Критические изменения производства при использовании новых технологий закономерно приведут к трансформации в первую очередь понимания разных моделей бизнес-процессов. В большинстве своем все оптимизационные мероприятия, проводимые на любом производстве, направлены на решение следующих задач:

- снижение затрат на производстве;
- ускорение возможных сроков производства;
- гибкость производства (то есть высокая возможность переквалификации производства с минимальными расходами).

Некоторые специалисты считают, что за счет 3D-технологий возможно быстро и без существенных затрат достичь высокого уровня именно по этим трем показателям.

В первую очередь влияние 3D-технологий будет распространяться на основные процессы – те, которые формируют стоимость продукции, доходы и расходы и связанные с ними. Далее влияние будет оказываться на внутренние бизнес-процессы, касающиеся производства, а также на управляющие (управление качеством, стратегическое развитие), в том числе те, которые так или иначе направлены на сотрудничество и связаны с внешней экономической политикой.

Как следствие, анализ указанных нами исследований позволяет выделить несколько факторов, которые станут решающими в процессе формирования мировой экономики [5]:

1. Разработка продукции будет занимать меньше времени. Кроме того, что из процесса создания продукта почти исчезнет разработка продукции вручную на бумаге, изменится и сам процесс. Он станет



полностью цифровым, с возможностью быстрого прототипирования, а значит, вероятные ошибки в итоговой продукции будут найдены быстрее, что исключит необходимость списывать, например, целую серию продукта в случае обнаружения массового брака.

2. Появятся новые производственные мощности. Тут необходимо понимание того, что выпускаемая продукция вырастет в объемах и качестве. Соответственно, увеличится и доход.

3. Изменятся спрос и источники доходов. С открытием 3D-печати те предметы, которые ранее были недоступны по разным причинам, станут доступнее. Значит часть продукции получит еще более высокий спрос, а возможные ее аналоги, наоборот, потеряют в цене и популярности. Другими словами, многие компании пересмотрят свое производство и будут исходить уже из совершенно иных понятий. При этом появится следующее следствие.

4. Новая конкурентная среда. Будут открываться новые компании и сферы применения АТ, появляться новые продукты. Следовательно, бизнес получит развитие в новом направлении, а в экономике появятся отсутствовавшие ранее статьи доходов и расходов. Часть компаний малого бизнеса получит толчок для дальнейшего развития, а крупный бизнес — для мощных прорывов. При этом и те, и другие могут выйти на совершенно новый уровень развития.

5. Новые возможности: 3D-производство практически стирает рамки невозможного, обеспечивает неограниченный полет фантазии и создает возможности для реализации в самых разных сферах. Тем компаниям, которые уже сейчас присматриваются к возможному использованию 3D-печати в производстве, будет значительно проще конкурировать на своем рынке, нежели тем, кто не видит перспективности новых технологий.

Влияние этих факторов можно увидеть именно с помощью цифровой модели производства. При этом цифровая модель поможет детализировать максимум процессов, происходящих при производстве, уточнить стратегию и составить четкий план действий [6].

Именно по такому пути пошел партнер «Формулы-1» — компания Williams. Изначально они разработали цифровую модель, оценили все риски и реализовали проект по печати деталей для гоночных автомобилей. Результаты подобной наглядной экономии представлены в таблице 1.

Таблица 1

Экономия стоимости и времени изготовления с применением оснастки, напечатанной на 3D-принтере

Метод	Затраты	Время изготовления
Традиционная алюминиевая оснастка	\$10700	40 дней
Оснастка, напечатанная на 3D-принтере	\$ 3200	2 дня
Общая экономия	\$ 7500 (70 %)	38 дней (35 %)

Источник: [6].



Другим примером зависимости экономической составляющей от производственной может стать изготовление оснастки при производстве медицинских устройств с использованием 3D-печати [6].

Несмотря на то что все эти прогнозы делаются на будущее, уже сейчас исключать влияние 3D-технологий на производство и бизнес нельзя. На текущий момент многие компании, имеющие мировое имя и занимающие ведущие позиции в мировой экономике, используют данную технологию, а значит, процесс реструктуризации и эволюции ведения бизнеса уже запущен. Консультанты выделяют две основные тенденции, которые при массовом использовании 3D-производства повлияют на экономику США [7].

1. В первую очередь изменится картина трудоустройства:

а) на 2017 г. в США имелось около 12,4 млн производственных рабочих мест, из которых около 9,4 млн были разбросаны по пяти основным секторам промышленности;

б) 3D-производство способно заменить объем импортной продукции на сумму в 330–500 млрд долл., а значит, сотни тысяч наименований товаров перестанут закупаться у других стран, что приведет к необходимости пересматривать десятки межправительственных торговых соглашений;

в) благодаря 3D-производству в США вернутся от 1,7 до 2,8 млн людей, работающих за границей;

г) кроме того, появятся от 3 до 5 млн новых востребованных мест работы, из них к 2027 г. количество мест в транспортно-логистической сфере увеличится на 21 %.

2. Значительное влияние 3D-технологий на мировой экономический потенциал:

а) сумма ежегодного импорта США составляет 3 трлн долл. США;

б) из этой суммы 1,4 трлн связаны сектором 3D-производства;

в) 330–500 млрд долл. могут быть импортозамещены при использовании 3D-технологий;

г) вклад в ВВП может составлять от 600 до 900 млрд долл. США за счет развития 3D-технологий в стратегически важных отраслях (табл. 2).

Таблица 2

Объем вкладываемых инвестиций в развитие различных секторов промышленности с применением 3D-технологий

Сектор промышленности	Объем инвестиций, млрд долл. США
Производство	300–470
Автопром	150–190
Потребительские товары	80–120
Медицина и медицинские приборы	60–90
Аэрокосмическая	10–30

Источник: [7].



Далее выделяются ключевые пункты при формировании влияния на экономику и науку [8]:

1. Произойдет частичная академическая реформа. Уже сейчас возникает дисбаланс на рынке труда: есть потребность в квалифицированных кадрах, владеющих навыками работы с 3D-технологиями. При этом фактическое количество обученных кадров в несколько раз меньше необходимого.

2. Поддержка исследовательски-проектных работ. Государствам необходимо выработать свою систему по поддержке НИОКР — от исследовательских льгот до исследовательских грантов. Эти инвестиции требуются для дальнейшего развития этой области экономики и производства.

3. Создание премиальной системы. Здесь формой стимула может выступить не только выдача различных конкурсных грантов, но и разработка новых форм налоговых льгот либо иных схем финансирования систем.

4. Защита интеллектуальной собственности. Решением данной проблемы может стать целый комплекс по созданию новой системы защиты прав на интеллектуальную собственность. Одним из таких методов может стать защита на законодательном уровне, с помощью введения новых санкций, где будут прописаны главные условия пользования подобными технологиями.

Таким образом, 3D-технологии окажут следующие глобальные изменения:

- трансформируется рынок труда и связанные с ним профессиональные области;
- будут пересмотрены международные торговые соглашения;
- появится новая и аналоговая продукция, которая приведет к увеличению импортозамещения;
- изменится баланс сил в сфере бизнеса;
- возникнут иные образовательные программы;
- появятся новые системы поощрения исследований;
- будет создана защита прав интеллектуальной собственности, установлены ограничения по выпуску.

Влияние 3D-технологий на транспорт и логистику

Изменения в транспорте и логистике уже начались, а их последующее влияние на мировую экономику скажется на эволюции бизнес-процессов. Благодаря внедрению 3D-технологий эти процессы могут пойти по четырем путям эволюции бизнеса. В некоторых сферах они происходят одновременно, в некоторых — строго упорядочены в зависимости от множества факторов [8].

Первый путь — застой. На этом этапе будут использоваться минимальные возможности 3D-технологий, такие как прототипирование или выполнение оснастки. В данном случае нет никаких изменений ни в цепочке поставок, ни в самом продукте. Здесь ключевым направлением является производительность. Несомненным достоинством становится выгода при фокусировке на себестоимости.



Второй путь – изменение цепочек поставок. На данном этапе, так же как и на предыдущем, ключевым направлением является производительность. Несомненным достоинством тут становится выгода при фокусировке на себестоимости и значительная экономия времени.

Третий путь – изменение продукта. В этом случае подразумевается, что производство продукта будет подстроено под конкретного заказчика, с минимумом технических и технологических проблем.

Четвертый путь – полное изменение бизнес-процессов, абсолютная реорганизация, которая коснется как продукта, так и цепочек поставок. Здесь кастомизированный продукт получит массовость. При этом массовость станет своеобразной характерной чертой, принадлежащей исключительно тому региону, в котором располагается производство. Ключевая стратегия развития компании будет направлена на рост и инновации.

Прежде всего, как и в настоящее время, прогнозируется активный рост мировых разработок и внедрения аддитивных технологий в авиакосмической и оборонной отраслях, электронике и автомобильной промышленности (рис. 3).

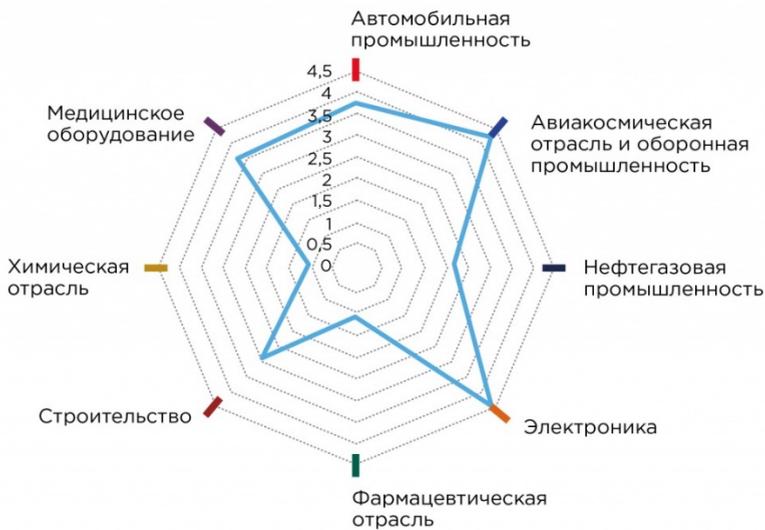


Рис. 3. Уровень внедрения 3D-печати по отраслям к 2025 г.

Источник: Global Additive Manufacturing Market, Forecast to 2025. URL: <http://namic.sg/wp-content> (дата обращения: 16.04.2022).

Таким образом, 3D-технологии будет оказывать значительное влияние почти на все сферы в ближайшем будущем.

Список литературы

1. Wopata M. Industry 4.0 Adoption 2020 – who is ahead? URL: <https://iot-analytics.com/industry-4-0-adoption-2020-who-is-ahead/> (дата обращения: 05.03.2022).



2. USA & UK lead as the most advanced countries in 3D printing. URL: <https://www.graphicdisplayworld.com/categories/business/usa-uk-lead-as-the-most-advanced-countries-in-3d-printing> (дата обращения: 06.03.2022).

3. Yes, We Now Have Flying 3D Printers. URL: <https://www.3Dnatives.com/en/flying-3d-printer-150320184/> (дата обращения: 11.03.2022).

4. Frost & Sullivan: технологии аддитивного производства – рынок, тенденции и перспективы до 2025 года. URL: <https://3Dtoday.ru/blogs/news3Dtoday/frost-sullivan-additive-manufacturing-technologies-market-trends-and-p/> (дата обращения: 12.03.2022).

5. Пять факторов воздействия 3D-печати на мировую экономику. URL: <https://3Dtoday.ru/industry/pyat-faktorov-vozddeystviya-3d-pechati-na-mirovuyu-ekonomiku.html> (дата обращения: 12.03.2022).

6. Рынок 3D печати в России и мире (Аддитивное производство, АП / Additive Manufacturing, AM), 2018: аналитический отчет. URL: https://json.tv/ict_telecom_analytics_view/rynok-3d-pechati-v-rossii-i-mire-additivnoe-proizvodstvo-ap-additive-manufacturing-am-2018-g-20190117060056 (дата обращения: 10.03.2022).

7. 3D printing and the future of the US economy. URL: <https://www.de.kearney.com/operations-performance-transformation/article/?/a/3d-printing-and-the-future-of-the-us-economy-article> (дата обращения: 06.03.2022).

8. Как развитие 3D-печати повлияет на изменение бизнес-моделей производственных компаний в ближайшем будущем. URL: <https://blog.iqb.ru/3d-printing-business-models-change> (дата обращения: 05.03.2022).

Об авторах

Алена Сачёва – магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: alena.sacheva@gmail.com

Адилъ Джармагамбетов – магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: a.r.jarmagambetov@gmail.com

Александр Павлович Картушин – студ., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: Sash.kartushin@mail.ru

A. Sachyova, A. Jarmagambetov, A. P. Kartushin

OVERVIEW OF GLOBAL TRENDS IN 3D TECHNOLOGIES

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 22 April 2022

Accepted 04 May 2022

To cite this article: Sachyova A., Jarmagambetov A., Kartushin A.P. 2022, Overview of global trends in 3D technologies, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 67 – 76.



This article introduces the main trends in the field of 3D technologies, gives a brief statistical overview of the main countries and companies involved in the development of the industry. The list of priority areas in which this technology can be applied is also indicated and tells about the main obstacles in the implementation of technologies. In addition, the article briefly reveals the aspect of the impact on the global economy and business processes, in particular on transport and logistics.

Keywords: industry 4.0, 3D production, 3D technologies, innovations, economics

The authors

Alyona Sachyova, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: alena.sacheva@gmail.com

Adil Jarmagabetov, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: a.r.jarmagambetov@gmail.com

Alexander P. Kartushin, Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: Sash.kartushin@mail.ru

УДК 519.612.2

Е. А. Васильева

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И УТОЧНЕННЫЕ ОЦЕНКИ
СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ КАСАТЕЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

77

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия
Поступила в редакцию 06.06.2022 г.
Принята к публикации 22.06.2022 г.

Для цитирования: Васильева Е. А. Оптимальные параметры и уточненные оценки скорости сходимости касательного разложения // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 77–89.

Детально исследуются свойства касательного неполного блочного разложения. Предлагается аналитический метод нахождения оптимальных значений параметра разложения и соответствующих им уточненных оценок скорости сходимости для широкого класса модельных задач. Численные исследования показывают, что использование найденных значений параметра для построения касательного разложения позволяет достичь высокой скорости сходимости и при решении задач с переменными коэффициентами.

Ключевые слова: неполное блочное разложение, касательное разложение, предобуславливатель, матрицы

Введение

Построение эффективных методов решения систем алгебраических уравнений, возникающих при дискретизации эллиптических уравнений, является актуальной задачей численного анализа. К решению краевых задач для дифференциальных уравнений эллиптического типа сводятся, например, задачи диффузии [2; 3] и транспорта лекарственных веществ через биологические мембраны [4; 5], расчет потенциала электростатического поля [6; 7], стационарного распределения температуры [8; 9] и др.

В результате дискретизации дифференциальных уравнений возникают системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), матрицы которых имеют разреженную структуру. Наиболее популярными методами решения СЛАУ с разреженными матрицами являются многосе-



точные методы [10] и методы декомпозиции области [11]. Их скорость сходимости практически не зависит от размера сетки, а количество вычислительных действий на расчетный узел является постоянной величиной [12]. Главным недостатком этих методов является отсутствие робастности или, другими словами, сильная зависимость скорости сходимости от коэффициентов дифференциального уравнения. Для многосеточных методов попытки уменьшить данную зависимость способствовали созданию алгебраических многосеточных методов [13; 14], совершенствованию сглаживателей [15] и разработке более эффективных методов решения на грубых сетках.

В данной статье мы рассмотрим так называемое касательное неполное блочное разложение [1], доказавшее свою эффективность для решения на сетках среднего размера, которое может быть, в частности, использовано в качестве солвера на грубой сетке в многосеточном методе. Этот метод переключается с методами, рассмотренными в [16–20]. Он обладает как робастностью, так и слабой зависимостью от числа узлов расчетной сетки (см., напр., [1; 19] и др.).

Скорость сходимости касательного разложения зависит от выбора его параметра, поэтому для получения высокой скорости сходимости важно уметь определять оптимальное значение этого параметра, что, в свою очередь, требует получения оценки нормы итерационного оператора. Для задач с переменными коэффициентами получение и исследование такой оценки не представляются возможными, однако проведенный анализ численных результатов показал, что для задач общего вида в качестве значений параметра касательного разложения хорошо подходят оптимальные значения этого параметра для задач с постоянными коэффициентами (так называемых модельных задач).

В [17] была получена асимптотическая оценка нормы итерационного оператора для случая, когда число блоков матрицы системы неограниченно возрастает, а сами блоки являются положительно определенными. Практические исследования показали, что при небольшом числе блоков в матрице системы оптимальные значения параметра и получаемая скорость сходимости сильно отличаются от асимптотических.

Позднее в [21] были получены обобщенные оценки нормы оператора перехода, учитывающие количество блоков в матрице системы и не требующие их положительной определенности. Это позволило оценить, в частности, скорость сходимости касательного разложения, если при дискретизации краевой задачи используется девятиточечный шаблон, так как не все блоки матрицы системы в этом случае являются положительно определенными матрицами.

Данная статья посвящена исследованию оценок, полученных в [21], для широкого ряда модельных задач и аналитическому решению задачи нахождения оптимальных значений параметра касательного разложения. Численные исследования показывают, что полученные результаты очень близки численным, вычисленным при тех же значениях параметра.



Поясним основную идею метода касательного разложения, рассмотрим систему уравнений

$$Ku = F$$

с положительно определенной блочной трехдиагональной матрицей

$$K = \begin{pmatrix} D_1 & -L_1 & 0 & \dots & 0 \\ -L_1 & D_2 & -L_2 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & D_{m-1} & -L_{m-1} \\ 0 & \dots & 0 & -L_{m-1} & D_m \end{pmatrix},$$

где D_j, L_j – квадратные $n \times n$ матрицы. Векторы u и F имеют вид

$$u = \text{blockdiag}\{u_j\}, \quad F = \text{blockdiag}\{F_j\} \quad \text{и} \quad u_j, F_j \in \mathfrak{R}^n.$$

Для матрицы K полное блочное разложение можно записать в следующем виде:

$$K = (L + T) T^{-1} (U + T),$$

где L и U – соответственно нижняя и верхняя блочно-треугольные матрицы, а T – блочно-диагональная матрица

$$T = \text{blockdiag}\{T_1, \dots, T_m\},$$

причем

$$T_1 = D_1, \quad T_j = D_j - L_{j-1} T_{j-1}^{-1} L_{j-1}, \quad j > 1. \tag{1}$$

Заменив блоки T_j их некоторой аппроксимацией \tilde{T}_j , мы получим неполное блочное разложение матрицы K . Для модельной задачи, для которой матрица K имеет вид

$$K = \text{blocktridiag}\{-I, \quad C, \quad -I\},$$

блоки T_j можно представить как рациональные функции $T_j = f_j(C)$, где

$$f_1(\lambda) = 1, \quad f_j(\lambda) = 1 - \frac{\lambda^2}{f_{j-1}(\lambda)}, \quad j > 1. \tag{2}$$

Заменяя функции $f_j(\lambda)$ на касательные к ним в точке $(\lambda^*, f_j(\lambda^*))$, мы приходим к касательному разложению, заданному параметром λ^* , для которого

$$\tilde{T}_1 = C, \quad \tilde{T}_j = f_j(\lambda^*) I + f'_j(\lambda^*) (C - \lambda^* I), \quad j > 1.$$



Учитывая (2), можно показать (см., напр., {{кас}}, {{двухч}}), что блоки \tilde{T}_j могут быть рассчитаны по следующим рекуррентным формулам:

$$\tilde{T}_1 = C, \quad \tilde{T}_j = C + (\mu_{j-1}^*)^2 \tilde{T}_{j-1} - 2\mu_{j-1}^* I, \quad j > 1, \quad (3)$$

где $\mu_j^* = 1/f_j(\lambda^*)$, $j \geq 1$, или в явном виде

$$\mu_1^* = \lambda^*, \quad \mu_j^* = \lambda^* / (1 - \lambda^* \mu_{j-1}^*), \quad j > 1. \quad (4)$$

Данное определение допускает обобщение для задач с переменными коэффициентами. В этом случае параметром касательного разложения является некоторый тестовый вектор e^* , а параметры μ_j^* из (3) вычисляются по формулам

$$\mu_j^* = (L_j e^*, e^*) / (\tilde{T}_j e^*, e^*).$$

Оптимальные параметры и точные оценки скорости сходимости

В [21] была получена следующая оценка нормы итерационного оператора для модельной задачи:

$$\|S\|_K \leq \max_{v_{\min} \leq v \leq v_{\max}} S_{v^*}(v), \quad (5)$$

где

$$v_{\min} = \frac{1 - 2\lambda_{\max}}{1 + 2\lambda_{\max}}, \quad v_{\max} = \frac{1 - 2\lambda_{\min}}{1 + 2\lambda_{\min}},$$

λ_{\min} и λ_{\max} — соответственно минимальное и максимальное собственные значения матрицы C , а функция $S_{v^*}(v)$ имеет вид

$$S_{v^*}(v) = \begin{cases} \frac{(v - v^*)^2}{(v(1 + 2\sqrt{v^*}) + v^*)^2 + 4\delta\sqrt{v^*}(1 + \sqrt{v^*})(v + \sqrt{v^*})(1 - v)}, & 0 < v \leq 1, \\ \frac{(v - v^*)^2}{(v(1 + 2\sqrt{v^*}) + v^*)^2 + 4\delta\sqrt{v^*}(1 + \sqrt{v^*})(v + \sqrt{v^*})(v - 1)}, & v \geq 1, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\delta = \sin^2 \frac{\pi}{2m}, \quad m - \text{количество блоков.}$$

Для нахождения оптимальных значений параметра касательного разложения и соответствующих им оценок нормы итерационного оператора требуется решить следующую минимизационную задачу:

$$\max_{v_{\min} \leq v \leq v_{\max}} S_{v^*}(v) = \min. \quad (7)$$



Данная статья посвящена ее аналитическому решению.

Функция $S_{v^*}(v)$ принимает экстремальные значения на концах отрезка $[v_{\min}, v_{\max}]$. Таким образом, мы можем вычислить оптимальные параметры и оценки нормы итерационного оператора касательного разложения для модельной задачи, решив численно уравнение

$$S_{v^*}(v_{\min}) = S_{v^*}(v_{\max}). \tag{8}$$

С помощью уравнения (8) найдем качественные оценки скорости сходимости и оптимальные параметры касательного разложения для модельной задачи. Для этого перепишем функцию $S_{v^*}(v)$ в эквивалентном виде:

$$S_{v^*}(v) = P_{v^*}(v) / (1 + P_{v^*}(v)), \tag{9}$$

где функция $P_{v^*}(v)$ имеет вид

$$P_{v^*}(v) = \begin{cases} \frac{(v - v^*)^2}{4\sqrt{v^*}(1 + \sqrt{v^*})(v + v^*)((1 - \delta)v + \delta)}, & 0 < v \leq 1, \\ \frac{(v - v^*)^2}{4\sqrt{v^*}(1 + \sqrt{v^*})(v + v^*)(\delta v + (1 - \delta))}, & v > 1. \end{cases} \tag{10}$$

Так как функция $x / (1 + x)$ возрастает при $x \geq 0$, то минимизационную задачу (7) можно свести к следующей эквивалентной задаче:

$$\max_{v_{\min} \leq v \leq v_{\max}} P_{v^*}(v) = \min.$$

Таким образом, оптимальный параметр v^* можно найти из уравнения

$$P_{v^*}(v_{\min}) = P_{v^*}(v_{\max}), \tag{11}$$

и в зависимости от значений v_{\min} и v_{\max} мы получим три различных варианта оценок.

1. Пусть $0 < v_{\min}, v_{\max} \leq 1$. Тогда уравнение (11) примет вид

$$\frac{(v_{\min} - v^*)^2}{(v_{\min} + v^*)(v_{\min} + \xi)} = \frac{(v_{\max} - v^*)^2}{(v_{\max} + v^*)(v_{\max} + \xi)}, \tag{12}$$

где $\xi = \delta / (1 - \delta)$. После преобразований, обозначив за $x = \sqrt{v^*}$, получим

$$x^5 + (c + \xi)x^4 + 2\xi x^3 + 2dx^2 + (d - \xi c)x + \xi d = 0, \tag{13}$$

где $c = v_{\min} + v_{\max}$, $d = -v_{\min}v_{\max}$. Решив данное уравнение на интервале $(\sqrt{v_{\min}}, \sqrt{v_{\max}})$, мы найдем оптимальный параметр v^* . Подставив его в уравнение (12), найдем скорость сходимости. Уравнение (13) допускает приближенное аналитическое решение, которое может быть найдено при помощи так называемого параллелограмма Ньютона [22]. Используя это правило выбора главных членов для уравнения (13), получим

$$(c + \xi)x^4 + (d - \xi c)x = 0.$$



Откуда следует, что

$$x_{\text{опт}} = \left(\frac{(v_{\min} v_{\max} + \xi(v_{\min} + v_{\max}))}{(v_{\min} + v_{\max}) + \xi} \right)^{\frac{1}{3}} \approx (v_{\min} + \xi),$$

а параметр

$$v_{\text{опт}}^* \approx (v_{\min} + \delta)^{\frac{2}{3}}. \tag{14}$$

Подставим найденное значение $v_{\text{опт}}^*$ в (10) и вынесем в знаменателе множитель $(1 - \delta)$. Тогда, пренебрегая в числителе v_{\min} по отношению к $v_{\text{опт}}^*$, а в знаменателе $\sqrt{v_{\text{опт}}^*}$ по сравнению с единицей в третьем множителе и v_{\min} по сравнению с $\sqrt{v_{\text{опт}}^*}$, получим следующее значение функции:

$$P_{v_{\text{опт}}^*}(v_{\min}) \approx \frac{v_{\text{опт}}^*}{4(v_{\min} + \xi)},$$

откуда в силу равенства (9) следует, что

$$S_{v_{\text{опт}}^*}(v_{\min}) \approx \frac{1}{1 + 4(v_{\min} + \xi)^{\frac{1}{3}}}.$$

Отсюда получаем следующую оценку нормы итерационного оператора:

$$\|S\|_K \leq 1 - 4(v_{\min} + \delta)^{\frac{1}{3}}.$$

2. Рассмотрим случай, когда оба экстремальных значения не меньше единицы $v_{\min}, v_{\max} \geq 1$. Уравнение (11) примет вид

$$\frac{(v_{\min} - v^*)^2}{(v_{\min} + \sqrt{v^*})(\xi v_{\min} + 1)} = \frac{(v_{\max} - v^*)^2}{(v_{\max} + \sqrt{v^*})(\xi v_{\max} + 1)}. \tag{15}$$

Заменив в уравнении (15) неизвестную v^* на $1/v^*$, значение v_{\min} на $1/v_{\max}$, а v_{\max} на $1/v_{\min}$, мы получим уравнение (12). Следовательно, мы можем воспользоваться ранее полученными результатами, найдя приближенно аналитически оптимальный параметр

$$v_{\text{опт}}^* \approx (v_{\max}^{-1} + \delta)^{\frac{2}{3}}$$

и оценку нормы итерационного оператора

$$\|S\|_K \leq 1 - 4(v_{\max}^{-1} + \delta)^{\frac{1}{3}}.$$



3. Пусть $0 < \nu_{\min} \leq 1$, $\nu_{\max} \geq 1$. Тогда требуется решить следующее уравнение:

$$\frac{(\nu_{\min} - \nu^*)^2}{(\nu_{\min} + \sqrt{\nu^*})(\nu_{\min} + \xi)} = \frac{(\nu_{\max} - \nu^*)^2}{(\nu_{\max} + \sqrt{\nu^*})(\xi \nu_{\max} + 1)}. \quad (16)$$

Преобразовав данное выражение и снова сделав замену $x = \sqrt{\nu^*}$, мы получим уравнение пятой степени. Для того чтобы приближенно оценить его решение, рассмотрим несколько вариантов соотношения величин ν_{\min} и ν_{\max} .

Можно показать, что если $\nu_{\min} \ll 1$, $\nu_{\max} \approx 1$, то мы получим вариант 1, если $\nu_{\min} \approx 1$, $\nu_{\max} \gg 1$, то вариант 2. Поэтому в этих двух случаях оптимальные параметры и оценка скорости сходимости известны.

Если $\nu_{\min} \approx 1$, $\nu_{\max} \approx 1$, можно использовать приближенную оценку

$$\|S\|_K \leq \frac{(\sqrt{\nu_{\max}} - \sqrt{\nu_{\min}})^2}{(\sqrt{\nu_{\max}} + \sqrt{\nu_{\min}})^2},$$

полученную ранее в [1]. Данная оценка получается решением минимизационной задачи (5) для функции $S_{\nu^*}(\nu)$ следующего вида:

$$S_{\nu^*}(\nu) = \left(\frac{\nu - \nu^*}{\nu + \nu^*} \right)^2,$$

которая, в свою очередь, получается из функции (6), если не учитывать число блоков в матрице системы ($\delta = 0$) и пренебречь членом $2\sqrt{\nu^*}$ по отношению к единице в знаменателе при $0 < \nu \leq 1$ и им же по отношению к ν^* при $\nu \geq 1$.

Если же $\nu_{\min} \ll 1$, $\nu_{\max} \gg 1$, то полученное уравнение мы можем решить приближенно аналитически, воспользовавшись правилом параллелограмма Ньютона и оставив в нем главные члены:

$$(\nu_{\max}(1 + \nu_{\max}\xi) - \nu_{\min}(\nu_{\min} + \xi))x^4 + (\nu_{\min}^2(1 + \nu_{\max}\xi) - \nu_{\max}^2(\nu_{\min} + \xi))x \approx 0,$$

откуда

$$x_{\text{опт}} \approx \left(\frac{(\nu_{\min} + \xi)\nu_{\max}}{1 + \nu_{\max}\xi} \right)^{\frac{1}{3}},$$

а оптимальный параметр

$$\nu_{\text{опт}}^{(1)} \approx \left(\frac{\nu_{\min} + \xi}{1 / \nu_{\max} + \xi} \right)^{\frac{2}{3}}.$$



Подставляя $v_{\text{опт}}^*$ в (9), вынося в знаменателе $(1 - \delta)$ и оставляя в числителе и знаменателе главные члены, получим

$$P_{v_{\text{опт}}^*}^*(v_{\text{min}}) \approx \frac{1}{4} v_{\text{опт}}^* \left/ \left((1 + \sqrt{v_{\text{опт}}^*}) (v_{\text{min}} + \xi) \right) \right.$$

Откуда в силу (9) следует:

$$S_{v_{\text{опт}}^*}^*(v_{\text{min}}) \approx \left(1 + 4 \left(\left(\frac{1}{v_{\text{max}}} + \xi \right)^{\frac{1}{3}} + (v_{\text{min}} + \xi)^{\frac{1}{3}} \right) \left(\left(\frac{1}{v_{\text{max}}} + \xi \right)^{\frac{1}{3}} (v_{\text{min}} + \xi)^{\frac{1}{3}} \right) \right)^{-1},$$

84

а оценка нормы итерационного оператора в этом случае примет следующий вид:

$$\|S\|_{\text{к}} \leq 1 - 4 \left(\left(\frac{1}{v_{\text{max}}} + \delta \right)^{\frac{1}{3}} + (v_{\text{min}} + \delta)^{\frac{1}{3}} \right) \left(\left(\frac{1}{v_{\text{max}}} + \delta \right)^{\frac{1}{3}} (v_{\text{min}} + \delta)^{\frac{1}{3}} \right).$$

Во всех остальных случаях требуется численное решение уравнения (16).

Рассмотрим пример применения полученных оценок к оценке скорости сходимости касательного разложения для задачи Дирихле для уравнения Пуассона в единичном квадрате с однородными граничными условиями. Для дискретизации дифференциального уравнения использовался стандартный пятиточечный шаблон.

Для этой задачи собственные значения матрицы S равны

$$\lambda \approx 1 \left/ \left(2 + 4 \sin^2 \frac{\pi \omega}{2n} \right) \right.$$

Следовательно,

$$v_{\text{min}} = \sin^2 \frac{\pi h}{2} \left/ \left(1 + \sin^2 \frac{\pi h}{2} \right) \right. \approx \frac{\pi^2 h^2}{4} < 1,$$

$$v_{\text{max}} = \cos^2 \frac{\pi h}{2} \left/ \left(1 + \cos^2 \frac{\pi h}{2} \right) \right. < 1$$

$$\text{и } \delta = \sin^2 \frac{\pi h}{2} \approx \frac{\pi^2 h^2}{4},$$

откуда в силу (14)

$$v_{\text{опт}}^* \approx \left(\frac{\pi^2 h^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Тогда оптимальная частота $\omega_{\text{опт}}^*$, определяемая из соотношения

$$v_{\text{опт}}^* = \frac{1 - 2\lambda_{\text{опт}}^*}{1 + 2\lambda_{\text{опт}}^*} = 1 - 1 \left/ \left(1 + \sin^2 \frac{\pi \omega_{\text{опт}}^*}{2n} \right) \right., \quad (17)$$



равна

$$\omega_{\text{опт}}^* \approx \sqrt[3]{\frac{4n}{\pi}}, \tag{18}$$

а оценка нормы итерационного оператора

$$\|S\|_k \leq 1 - (4\pi)^{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2}{n^2}} \approx 1 - O(h^{2/3}).$$

Многочисленные численные эксперименты показывают, что скорость сходимости порядка $1 - O(h^{2/3})$ сохраняется как для широкого класса модельных задач, так и для ряда задач с переменными коэффициентами.

В таблице 1 представлены значения оптимального параметра и оценки нормы итерационного оператора касательного разложения, вычисленные с различной степенью точности. Через $h = h_x = h_y$ обозначен шаг картезианской сетки, где $h_x = 1/n$, $h_y = 1/m$. Параметр ω^* получен решением уравнения (8) с учетом соотношения (17). Для сравнения в четвертой строке приведены значения его близкой аппроксимации $\omega_{(18)}^*$ из (18), а также аппроксимации $\omega_{\delta=0}^*$, не учитывающей количество блоков в матрице системы и соответствующие ей значения теоретической оценки нормы итерационного оператора $\eta_{\delta=0}$. В последних двух строках приведены значения скорости сходимости для данной задачи, полученные как теоретически путем подстановки параметра ω^* в (6), так и численно при тех же значениях параметра. Под численной скоростью сходимости понимается средняя за тридцать итераций скорость сходимости. Касательное разложение было построено по определению в соответствии с (3), где параметры из (4), а

$$\lambda^* = \frac{1 - 2v^*}{1 + 2v^*} = 1 - 1 / \left(1 + \sin^2 \frac{\pi\omega^*}{2n} \right).$$

Таблица 1

H	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	1/512	1/1024
$\omega_{\delta=0}^*$	2,1	2,7	3,5	10	5,5	6,9	8,7
$\eta_{\delta=0}$	0,418	0,555	0,697	0,801	0,871	0,918	0,948
$\omega_{(18)}^*$	2,7	3,4	9	5,5	6,9	8,7	10,9
ω^*	2,6	3,3	8	5,4	6,8	8,6	10,9
$\eta_{\text{теор}}$	0,289	0,476	0,635	0,756	0,841	0,897	0,935
$\eta_{\text{числ}}$	0,289	0,474	0,633	0,755	0,840	0,898	0,936



Как видно из таблицы 1, численная скорость сходимости $\eta_{\text{числ}}$ и теоретическая оценка нормы итерационного оператора $\eta_{\text{теор}}$, вычисленные при одинаковых значениях параметра ω^* , совпадают с высокой степенью точности. Сравнение $\eta_{\text{числ}}$ (или $\eta_{\text{теор}}$) с оценкой, не учитывающей число блоков в матрице системы $\eta_{\delta=0}$, показывает, что чем меньше размер задачи, тем существеннее разница между ними. Для рассмотренной задачи она достигает 20 %.

Результаты численных экспериментов подтверждают теоретический вывод о том, что при выборе оптимальных параметров оценки нормы итерационного оператора для матриц размерности $n \times m$ и $m \times n$ совпадают. Также численные результаты позволяют утверждать, что метод касательного разложения особенно эффективен при небольших значениях n (или m). Значение второй размерности в этом случае может быть сколь угодно большим.

Так как касательное разложение является симметричной итерацией, оно может быть использовано в качестве предобуславливателя в методе сопряженных градиентов. В этом случае порядок скорости сходимости понижается в два раза, что дает для рассмотренной задачи Дирихле для уравнения Пуассона порядок $1 - O(h^{1/3})$. Это видно, в частности, из таблицы 2, где приведена численная скорость сходимости касательного разложения, использованного в качестве предобуславливателя в методе сопряженных градиентов и при тех же значениях параметра ω^* , что и в таблице 1.

Таблица 2

h	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	1/512	1/1024
ω^*	2,6	3,3	8	5,4	6,8	8,6	10,9
η_{cr}	0,041	0,119	0,206	0,289	0,414	0,532	0,634

Найденные оптимальные значения параметра ω^* можно использовать и для решения задач с переменными коэффициентами для построения тестового вектора \mathbf{e}^* . Например, можно взять в качестве

$$\mathbf{e}^* = (\sin(\pi\omega^* jh))_{j=1,\dots,n},$$

а параметр ω^* округлить до ближайшего целого.

В таблицах 3 и 4 представлены скорости сходимости касательного разложения, использованного в качестве предобуславливателя в методе сопряженных градиентов для решения задачи Дирихле в единичном квадрате с однородными граничными условиями для уравнения

$$\nabla(\varphi(x, y) \nabla u) = f$$

при различных значениях коэффициента $\varphi(x, y)$.



Значения скорости сходимости в таблице 3 получены для коэффициента

$$\varphi(x, y) = 1 - \exp(-xy),$$

а в таблице 4 – для уравнения с быстро меняющимися коэффициентами

$$\varphi(x, y) = 1 + q \sin(14\pi x) \sin(14\pi y), \quad q > 0.$$

Таблица 3

h	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	1/512	1/1024
ω^*	2	3	4	5	6	7	8
η_{cr}	0,127	0,182	0,266	0,362	0,457	0,552	0,639

Таблица 4

H	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	1/512	1/1024
ω^*	2	3	4	5	6	7	8
$\eta_{cr} (q = 1)$	0,114	0,117	0,252	0,345	0,442	0,542	0,626
$\eta_{cr} (q = 10)$	0,125	0,182	0,266	0,360	0,458	0,550	0,633
$\eta_{cr} (q = 100)$	0,130	0,188	0,281	0,396	0,511	0,611	0,687
$\eta_{cr} (q = 1000)$	0,130	0,189	0,285	0,409	0,546	0,667	0,756

Полученные численные результаты демонстрируют высокую эффективность метода не только в этих случаях, но и для других задач с переменными коэффициентами при выборе в качестве значений параметра ω^* значений, полученных аналитически для модельной задачи.

Заключение

Исследованы оценки скорости касательного разложения, полученные в [21], и аналитически решена задача нахождения оптимальных значений его параметра. Численные исследования показали, что теоретическая и численная скорость сходимости для широкого класса модельных задач очень близки при условии выбора одинаковых значений параметра разложения.

Доказано теоретически и численно, что метод наиболее эффективен при небольшом размере блоков матрицы системы уравнений (при небольшом количестве блоков матрицы системы). В этих случаях количество блоков (их размер) может быть сколь угодно большим.

Показано, что использование значений параметра, полученных для модельных задач, позволяет достичь высокой скорости сходимости и при решении задач с переменными коэффициентами.



Список литературы

1. *Buzdin A.* Tangential decomposition // *Computing*. 1998. №61. P. 257–276.
2. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения задач конвекции-диффузии. 4-е изд. М., 2009.
3. *Макаренков А.М., Серегина Е.В., Степович М.А.* Проекционный метод Галеркина решения стационарного дифференциального уравнения диффузии в полубесконечной области // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2017. Т. 57, №5. С. 801–813.
4. *Naegel A., Heisig M., Wittum G.* Detailed modeling of skin penetration. An overview // *Advanced Drug Delivery Reviews*. 2013. №65 (2). P. 191–207.
5. *Frasch H.F., Barbero A.M.* Application of numerical methods for diffusion-based modeling of skin permeation // *Advanced Drug Delivery Reviews*. 2013. №65 (2). P. 208–220.
6. *Шушкевич Г.Ч.* Моделирование поля электростатического диполя при наличии тонкой сплюснутой незамкнутой эллипсоидальной оболочки и плоскости // *Информатика*. 2017. №2 (54). С. 14–23.
7. *Сёмкин Н.Д., Балакин В.Л., Брагин В.В.* Моделирование распределения электромагнитного поля при электростатическом разряде на поверхности космического аппарата // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета)*. 2012. №2 (33). С. 112–119.
8. *Пименов В.Г., Ложников А.Б.* Разностные схемы решения уравнения теплопроводности с последействием // *Труды института математики и механики УрО РАН*. 2011. Т. 17, №1. С. 179–189.
9. *Алексеев Г.В., Левин В.А., Терешко Д.А.* Оптимизационный анализ задачи тепловой маскировки цилиндрического тела // *Доклады Академии наук*. 2017. Т. 472, №4. С. 398–402.
10. *Hackbusch W.* Multi-Grid Methods and Applications. Springer, 1985.
11. *Ильин И.В.* Параллельные методы и технологии декомпозиции областей // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер.: Вычислительная математика и информатика*. 2012. №46 (305). С. 31–44.
12. *Hackbusch W.* Iterative Solution of Large Sparse Systems of Equations. Springer, 2016.
13. *Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н. и др.* Алгебраический многосеточный метод в задачах вычислительной физики // *Вычислительные методы и программирование*. 2014. Т. 15, №2. С. 183–200.
14. *Волков К.Н., Козелков А.С., Лашкин С.В. и др.* Параллельная реализация алгебраического многосеточного метода для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2017. Т. 57, №12. С. 2079–2097.
15. *Wittum G.* Filternde Zerlegungen. Schnelle Löser für grosse Gleichungssysteme // *Teubner Skripten zur Numerik*. Bd 1. Stuttgart, 1992.
16. *Ильин В.П.* Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем. М., 1995.
17. *Buzdin A., Wittum G.* Two-Frequency Decomposition // *Numer. Math*. 2004. №97. P. 269–295.
18. *Wagner C.* Frequenzfilternde Zerlegungen für unsymmetrische Matrizen und Matrizen mit stark variierenden Koeffizienten // *ICA-Preprint 95/7*. Stuttgart, 1995.
19. *Wagner C.* Tangential frequency filtering decompositions for symmetric matrices // *Numer. Math*. 1997. №78. P. 119–142.



20. Wagner C. Frequency filtering decompositions for unsymmetric matrices // Numer. Math. 1997. №78. P. 143 – 163.

21. Буздин А.А., Васильева Е.А. Уточненная оценка нормы итерационного оператора касательного разложения // Известия КГТУ. 2015. №36. С. 186 – 193.

22. Erlichson, H. Newton's Polygon Model and the Second Order Fallacy // Centaurus. 2007. №35. P. 243 – 258.

Об авторе

Екатерина Алексеевна Васильева — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: EVasileva@kantiana.ru

E. A. Vasilyeva

OPTIMAL PARAMETERS AND SHARP ESTIMATES OF THE CONVERGENCE RATE OF THE TANGENT EXPANSION

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 06 June 2022

Accepted 22 June 2022

To cite this article: Vasilyeva E.A. 2022, Optimal parameters and sharp estimates of the convergence rate of the tangent expansion, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 77 – 89.

In this paper we consider the properties of the tangential incomplete block LU – decomposition. We present an analytical approach for determination of the optimal values of the decomposition parameter and derive sharp estimates of the convergence rate for a broad class of model problems. Numerical results prove that high convergence rate can be achieved by using these values also for the problems with varying coefficients.

Keywords: incomplete block decomposition, tangential decomposition, preconditioner, matrices

The author

Dr Ekaterina A. Vasilyeva, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: EVasileva@kantiana.ru

Н. А. Выборнов, М. Н. Протасевич

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА БАРБОТИРОВАНИЯ РАКЕТНОГО ТОПЛИВА ЖИДКИМ АЗОТОМ

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 03.06.2022 г.

Принята к публикации 22.06.2022 г.

90

Для цитирования: *Выборнов Н. А., Протасевич М. Н.* Разработка математической модели процесса барботирования ракетного топлива жидким азотом // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 90–100.

Для достижения оптимальной температуры ракетного топлива его необходимо охладить до отрицательных значений температуры и произвести очищение от примесей. С этой целью разработана математическая модель зависимости температуры внутри барботера, представленная в данной статье.

Ключевые слова: ракета, математическая модель, барботер, температура, ракетное топливо, жидкий азот, передаточная функция

Введение

При подготовке ракетного топлива к заправке необходимо установить химический состав и плотность при заданной температуре. Температура топлива должна быть определенной и постоянной по всему объему заправочного бака. Данные условия удовлетворяются при процессе барботирования топлива перед заправкой. Расслоение температуры жидкости в заправочном баке происходит при конвекции (свободной или вынужденной) или при радиационном воздействии Солнца и Земли. При определенных условиях для получения конкретных плотности и температуры в тех или иных системах топливо охлаждают и подвергают термостатированию. Зная необходимую температуру топлива, можно определить его плотность, и по ней же можно вычислить необходимый объем заправляемого топлива.

Процессы охлаждения при подаче жидкого азота в массу топлива характеризуются высокой эффективностью [1]. В процессе барботажа топлива азотом происходит исключение легких фракций углеводородного топлива.

В настоящее время моделирование является одним из основных методов исследования во всех областях знаний, а также методом определения свойств сложнейших систем, используемых для принятия решений в разных областях техники [2].



В любом реальном процессе параметры по разным причинам не остаются постоянными и могут варьироваться в довольно широком диапазоне. Следовательно, необходимо проанализировать функционирование моделируемого процесса при изменении различных параметров.

Описание процесса барботирования

Процесс барботирования заключается во введении криогенных жидкостей (в данном случае жидкого азота) в емкость, наполненную ракетным топливом. Жидкий азот поступает через сетчатые трубы на дне барботера. Закипая, жидкий азот «вытягивает» органические примеси, а также другие жидкостные примеси. Ниже приведен рисунок устройства барботера. Сам процесс барботирования является оптимальной операцией над горючим для ракеты, так как выполняет две важные функции – охлаждение топлива и его очистку [3].

91

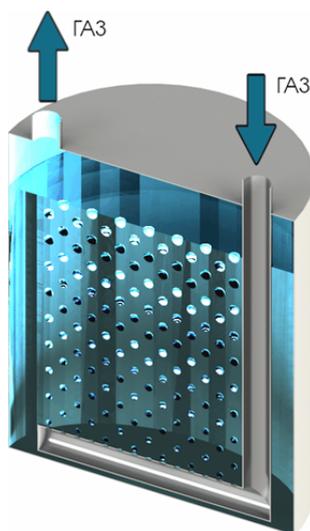


Рис. 1. Устройство барботера

При слишком интенсивном процессе барботирования может произойти кристаллизация горючего или, наоборот, его недостаточное охлаждение. В связи с этими факторами необходимо контролировать температуру получившейся смеси. Регулирование процесса барботирования может осуществляться путем изменения температуры жидкого азота, поступающего в барботер.

Построение параметрической модели барботера

Входные контролируемые параметры:

t_{r1} – температура горючего на входе;

t_{a1} – температура жидкого азота на входе;



t_{oc} – температура окружающей среды;

t_{ar1} – температура смеси на входе.

Управляемые выходные параметры:

t_{ar2} – температура смеси на выходе;

t_{r2} – конечная температура горючего;

t_k – температура конденсата на выходе;

G_{ar2} – расход смеси на выходе;

G_k – расход конденсата на выходе;

G_{r2} – расход горючего на выходе.

Управляющие параметры:

G_a – расход барботирующего азота на входе;

G_{ar1} – расход смеси на входе;

G_{r1} – расход горючего.

Входные неконтролируемые параметры:

i – энтальпия газообразного азота.

Следует иметь в виду, что данная модель (рис. 2) не является единственно возможной и ее представление зависит от принятых вариантов рассмотрения объекта управления.

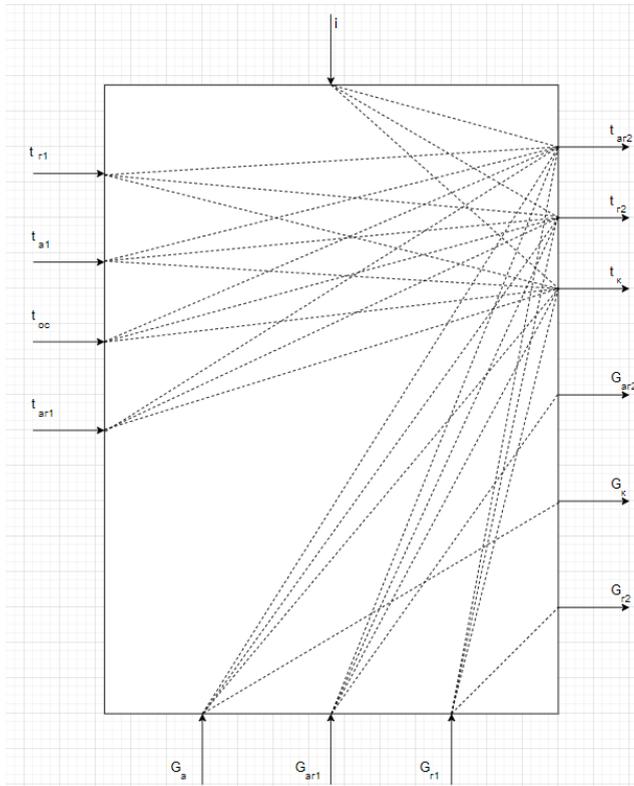


Рис. 2. Параметрическая схема процесса



Разработка математической модели изменения температуры внутри барботера

Математическая модель изменения температуры топливной смеси внутри барботера представляет совокупность передаточных функций по основным каналам передачи информации.

Температура топливной смеси должна находиться в районе $-25,4^{\circ}\text{C}$ для топливной «связки» керосина и сжиженного кислорода [4]. Данное значение достигается за счет подачи жидкого азота, а охлаждение смеси — за счет изменения расхода жидкого азота на входе.

Для моделирования процесса изменения температуры смеси горючего и жидкого азота в барботере примем следующие допущения:

- 1) теплофизические характеристики смеси горючего, жидкого азота, конденсата и горючего примем постоянными и равными среднему значению в рассматриваемом диапазоне величин;
- 2) объект с сосредоточенными параметрами;
- 3) толщина стенки барботера учитывается непосредственно в коэффициенте теплопередачи от смеси горючего к окружающей среде;
- 4) жидкий азот полностью переходит в состояние газа.

Принимаем:

$$c_{r1} = c_{r2} = c_r;$$

$$c_{ar1} = c_{ar2} = c_{ar3} = c_{ar};$$

$$G_{ar1} = G_{ar2} = G_{ar3} = G_{ar};$$

$$G_{a1} = G_{ara3} = G_a.$$

Составляем уравнения теплового баланса для барботера в установившемся режиме работы.

1. Теплопередача от охлаждающего азота к смеси горючего:

$$Q_M = G_{a1}i - G_{ar1}c_{ar1}t_{ar1} \left(\frac{\text{Дж}}{\text{c}} \right); \quad (1)$$

$$Q_{yx} = G_{ar2}c_{ar2}t_{ar2} + G_{ara3}c_{ara3}t_{ara3} \quad (\text{Дж}/\text{c}). \quad (2)$$

Нарушение теплового баланса на ΔQ ведет к изменению температуры смеси горючего:

$$m_{ar}c_{ar} \frac{dt_{ar}}{d\tau} = Q_M - Q_{yx} \quad (\text{Дж}/\text{c}); \quad (3)$$

$$G_{ar}c_{ar} \frac{dt_{ar2}}{d\tau} = G_{a1}i - G_{ar1}c_{ar}t_{ar1} - G_{ar2}c_{ar}t_{ar2} - G_{ara3}c_{ara3}t_{ara3} \quad (\text{Дж}/\text{c}), \quad (4)$$

где G_{ar} — расход смеси горючего ($\frac{\text{кг}}{\text{c}}$); c_{ar} — удельная теплоемкость смеси горючего ($\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$); t_{a1} — температуры смеси горючего на входе



установки ($^{\circ}\text{C}$); $t_{\text{ar}2}$ – температуры смеси горючего на выходе установки ($^{\circ}\text{C}$); $G_{\text{a}1}$ – расход охлаждающего азота ($\frac{\text{кг}}{\text{с}}$); i – энтальпия охлаждающего азота ($\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$); $G_{\text{ара}3}$ – расход газообразного азота ($\frac{\text{кг}}{\text{с}}$); $c_{\text{ара}3}$ – удельная теплоемкость газообразного азота ($\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$); $t_{\text{ара}3}$ – температура газообразного азота ($^{\circ}\text{C}$).

Изменяющиеся параметры:

94

$$Q_{\text{м}} = f(G_{\text{ар}}, t_{\text{a}1}, i, G_{\text{а}});$$

$$Q_{\text{yx}} = f(G_{\text{ар}}, t_{\text{ар}2}, G_{\text{а}}, t_{\text{ара}3}).$$

Составляем уравнение в отклонениях (линеаризуем его по изменяемым параметрам), заменив $\frac{d}{d\tau}$ на p :

$$m_{\text{ар}} c_{\text{ар}} p \Delta t_{\text{ар}2} = \Delta G_{\text{а}} i + G_{\text{а}} \Delta i + \Delta G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} t_{\text{а}1} + G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} \Delta t_{\text{а}1} - \Delta G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} t_{\text{ар}2} - G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} \Delta t_{\text{ар}2} - \Delta G_{\text{а}} c_{\text{ара}3} t_{\text{ара}3} - G_{\text{а}} c_{\text{ара}3} \Delta t_{\text{ара}3}; \quad (5)$$

$$\Delta t_{\text{ар}2} (m_{\text{ар}} c_{\text{ар}} p + G_{\text{ар}} c_{\text{ар}}) = \Delta G_{\text{а}} i + G_{\text{а}} \Delta i + \Delta G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} t_{\text{а}1} + G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} \Delta t_{\text{а}1} - \Delta G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} t_{\text{ар}2} - \Delta G_{\text{а}} c_{\text{ара}3} t_{\text{ара}3} - G_{\text{а}} c_{\text{ара}3} \Delta t_{\text{ара}3}; \quad (6)$$

$$\Delta t_{\text{ар}2} = \frac{\Delta G_{\text{а}} i + G_{\text{а}} \Delta i + \Delta G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} t_{\text{а}1} + G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} \Delta t_{\text{а}1} - \Delta G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} t_{\text{ар}2} - \Delta G_{\text{а}} c_{\text{ара}3} t_{\text{ара}3} - G_{\text{а}} c_{\text{ара}3} \Delta t_{\text{ара}3}}{m_{\text{ар}} c_{\text{ар}} p + G_{\text{ар}} c_{\text{ар}}}. \quad (7)$$

2. Теплопередача от смеси горючего к горючему и окружающей среде:

$$Q_{\text{г}} = G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} t_{\text{ар}2} + G_{\text{г}1} c_{\text{г}1} t_{\text{г}1} \quad (\text{Дж} / \text{с}); \quad (8)$$

$$Q_{\text{yx}} = G_{\text{г}2} c_{\text{г}2} t_{\text{г}} + KF(t_{\text{ар}2} - t_{\text{oc}}) + G_{\text{ар}3} c_{\text{ар}3} t_{\text{ар}3} \quad (\text{Дж} / \text{с}). \quad (9)$$

Нарушение теплового баланса на ΔQ ведет к изменению температуры горючего $t_{\text{г}2}$:

$$m_{\text{г}} c_{\text{г}} \frac{dt_{\text{г}2}}{d\tau} = Q_{\text{г}} - Q_{\text{yx}} \quad (\text{Дж} / \text{с}); \quad (10)$$

$$m_{\text{г}} c_{\text{г}} \frac{dt_{\text{г}2}}{d\tau} = G_{\text{ар}} c_{\text{ар}} t_{\text{ар}2} + G_{\text{г}1} c_{\text{г}1} t_{\text{г}1} - KF(t_{\text{ар}2} - t_{\text{oc}}) - G_{\text{ар}3} c_{\text{ар}3} t_{\text{ар}3} \quad (\text{Дж} / \text{с}), \quad (11)$$

где $G_{\text{ар}}$ – расход смеси горючего ($\frac{\text{кг}}{\text{с}}$); $c_{\text{ар}}$ – удельная теплоемкость смеси горючего ($\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$); $G_{\text{г}1}$ – расход горючего на входе ($\frac{\text{кг}}{\text{с}}$); $G_{\text{г}2}$ –



расход горючего на выходе ($\frac{\text{кг}}{\text{с}}$); c_m – удельная теплоемкость горючего ($\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$); t_{r1}, t_{r2} – температура горючего ($^\circ\text{C}$); t_{ar2}, t_{ar3} – температура смеси горючего АГ ($^\circ\text{C}$); t_{oc} – температура окружающей среды ($^\circ\text{C}$); F – площадь поверхности стенок барботера (м^2); K – коэффициент теплопередачи (от смеси горючего к окружающей среде) ($\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$).

Изменяющиеся параметры:

$$Q_m = f(G_{r1}, t_{r1}, t_{ar2});$$

$$Q_{yx} = f(G_{r2}, t_{r2}, t_{ar3}, t_{oc}).$$

Составляем уравнение в отклонениях (линеаризуем его по изменяемым параметрам), заменив $\frac{d}{dt}$ на p :

$$m_e c_e p \Delta t_{e2} = G_{ae} c_{ae} \Delta t_{ae2} + \Delta G_{e1} c_{e1} t_{e1} + G_{e1} c_e \Delta t_{e1} - \Delta G_{e2} c_e t_{e2} - G_{e2} c_e \Delta t_{e2} - KF \Delta t_{ae2} + KF \Delta t_{oc} - G_{ae} c_{ae} \Delta t_{ae3}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \Delta t_{r2} (m_r c_r p + G_{r2} c_r) \\ & = G_{ar} c_{ar} \Delta t_{ar2} + \Delta G_{r1} c_r t_{r1} + G_{r1} c_r \Delta t_{r1} - \Delta G_{r2} c_r t_{r2} - \\ & - KF \Delta t_{ar2} + KF \Delta t_{oc} - G_{ar} c_{ar} \Delta t_{ar3}. \end{aligned} \quad (13)$$

3. Составляем систему уравнений и решаем ее:

$$\begin{aligned} \Delta t_{ar2} = & \frac{\Delta G_a i + G_a \Delta i + \Delta G_{ar} c_{ar} t_{a1} + G_{ar} c_{ar} \Delta t_{a1} - \Delta G_{ar} c_{ar} t_{ar2} -}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}} \\ & - \frac{\Delta G_a c_{ar2} t_{ar2} - G_a c_{ar2} \Delta t_{ar2}}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta t_{r2} (m_r c_r p + G_{r2} c_r) = & G_{ar} c_{ar} \Delta t_{ar2} + \Delta G_{r1} c_r t_{r1} + G_{r1} c_r \Delta t_{r1} - \\ & - \Delta G_{r2} c_r t_{r2} - KF \Delta t_{ar2} + KF \Delta t_{oc} - G_{ar} c_{ar} \Delta t_{ar3}. \end{aligned} \quad (15)$$

Из уравнения (14) Δt_{ar2} подставляем в уравнение (15):

$$\begin{aligned} & \Delta t_{e2} (m_e c_e p + G_{e2} c_e) = \\ & G_{ae} c_{ae} \left(\frac{\Delta G_a i + G_a \Delta i + \Delta G_{ae} c_{ae} t_{a1} + G_{ae} c_{ae} \Delta t_{a1} - \Delta G_{ae} c_{ae} t_{ae2} -}{m_{ae} c_{ae} p + G_{ae} c_{ae}} \right) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \frac{-\Delta G_a c_{\text{араз}} t_{\text{араз}} - G_a c_{\text{араз}} \Delta t_{\kappa}}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} + \Delta G_{\varepsilon_1} c_{\varepsilon} t_{\varepsilon_1} + G_{\varepsilon_1} c_{\text{м}} \Delta t_{\varepsilon_1} - \Delta G_{\varepsilon_2} c_{\varepsilon} t_{\varepsilon_2} - \\ & - KF \left(\frac{\Delta G_a i + G_a \Delta i + \Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{а1}} + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} \Delta t_{\text{а1}} - \Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{аз2}} -}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. \frac{-\Delta G_a c_{\text{араз}} t_{\text{араз}} - G_a c_{\text{араз}} \Delta t_{\text{араз}}}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right) + KF \Delta t_{\text{oc}} - G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} \Delta t_{\text{аз3}} ; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \Delta t_{\varepsilon_2} (m_{\varepsilon} c_{\varepsilon} p + G_{\varepsilon_2} c_{\varepsilon}) = \\ & \left(\frac{\Delta G_a i G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} + G_{\text{н}} \Delta i G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} + \Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{а1}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} +}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. + \frac{G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} \Delta t_{\text{а1}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} - \Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{аз2}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} - \Delta G_a c_{\text{араз}} t_{\text{араз}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} -}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. \frac{-G_a c_{\text{араз}} \Delta t_{\text{араз}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right) + G_{\varepsilon_1} c_{\varepsilon} \Delta t_{\varepsilon_1} - \Delta G_{\varepsilon_2} c_{\varepsilon} t_{\varepsilon_2} + \Delta G_{\varepsilon_1} c_{\varepsilon} t_{\varepsilon_1} - \\ & - \left(\frac{\Delta G_a i KF + G_a \Delta i KF + \Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{а1}} KF + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} \Delta t_{\text{а1}} KF -}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. \frac{-\Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{аз2}} KF - \Delta G_a c_{\text{араз}} t_{\text{араз}} KF - G_{\text{н}} c_{\kappa} \Delta t_{\kappa} KF}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right) + KF \Delta t_{\text{oc}} - G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} \Delta t_{\text{аз3}} ; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \Delta t_{\varepsilon_2} (m_{\varepsilon} c_{\varepsilon} p + G_{\varepsilon_2} c_{\varepsilon}) = \\ & \left(\frac{\Delta G_a i G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} + G_a \Delta i G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} + \Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{а1}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} +}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. + \frac{G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} \Delta t_{\text{а1}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} - \Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{аз2}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} - \Delta G_a c_{\text{араз}} t_{\text{араз}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} -}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. \frac{-G_a c_{\text{араз}} \Delta t_{\text{араз}} G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} + \Delta G_{\varepsilon_1} c_{\varepsilon} t_{\varepsilon_1} (m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}) +}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. + \frac{G_{\varepsilon_1} c_{\varepsilon} \Delta t_{\varepsilon_1} (m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}) - \Delta G_{\varepsilon_2} c_{\varepsilon} t_{\varepsilon_2} (m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}) -}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. \frac{-\Delta G_a i KF - G_a \Delta i KF - \Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{а1}} KF - G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} \Delta t_{\text{а1}} KF +}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. + \frac{\Delta G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} t_{\text{аз2}} KF + \Delta G_a c_{\text{араз}} t_{\text{араз}} KF + G_a c_{\text{араз}} \Delta t_{\text{араз}} K + KF \Delta t_{\text{oc}} (m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}) -}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right. \\ & \left. \frac{-G_{\text{аз}} c_{\text{аз}} \Delta t_{\text{аз3}} (m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}})}{m_{\text{аз}} c_{\text{аз}} p + G_{\text{аз}} c_{\text{аз}}} \right) ; \end{aligned} \quad (18)$$



$$\begin{aligned}
 & \Delta t_{e2} (m_e c_e p + G_{e2} c_e) = \\
 & \frac{p(\Delta G_{e1} c_e t_{e1} m_{ae} c_{ae} + G_{e1} c_e \Delta t_{e1} m_{ae} c_{ae} - \Delta G_{e2} c_e t_{e2} m_{ae} c_{ae} +}{m_{ae} c_{ae} p + G_{ae} c_{ae}} \\
 & \frac{+KF\Delta t_{oc} m_{ae} c_{ae} - G_{ae} c_{ae}^2 \Delta t_{ae3} m_{ae}) - G_a c_{ae23} \Delta t_{ae23} G_{ae} c_{ae} +}{m_{ae} c_{ae} p + G_{ae} c_{ae}} \\
 & \frac{+\Delta G_a i G_{ae} c_{ae} + G_a \Delta i G_{ae} c_{ae} + \Delta G_{e1} c_e t_{e1} G_{ae} c_{ae} + G_{e1} c_e \Delta t_{e1} G_{ae} c_{ae} +}{m_{ae} c_{ae} p + G_{ae} c_{ae}} \\
 & \frac{+\Delta G_{ae} c_{ae}^2 t_{a1} G_{ae} + G_{ae}^2 c_{ae}^2 \Delta t_{a1} - \Delta G_{e2} c_e t_{e2} G_{ae} c_{ae} -}{m_{ae} c_{ae} p + G_{ae} c_{ae}} \\
 & \frac{-\Delta G_{ae} c_{ae}^2 t_{ae2} G_{ae} - \Delta G_{\pi} c_{\kappa} t_{\kappa} G_{ae} c_{ae} - \Delta G_{\pi} i KF - G_{\pi} \Delta i KF -}{m_{ae} c_{ae} p + G_{ae} c_{ae}} \\
 & \frac{-\Delta G_{ae} c_{ae} t_{a1} KF - G_{ae} c_{ae} KF \Delta t_{a1} + \Delta G_{ae} c_{ae} t_{ae2} KF + \Delta G_{\pi} c_{\kappa} t_{\kappa} KF +}{m_{ae} c_{ae} p + G_{ae} c_{ae}} \\
 & \frac{+G_{\pi} c_{\kappa} \Delta t_{\kappa} KF - KF \Delta t_{oc} G_{ae} c_{ae} - G_{dвс} c_{ae}^2 \Delta t_{ae3} G_{ae}}{m_{ae} c_{ae} p + G_{ae} c_{ae}}. \tag{19}
 \end{aligned}$$

Пусть $A = m_r c_r$, $B = G_{r2} c_r$, тогда преобразованное выражение будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 & \Delta t_{r2} (Ap + B) = \\
 & \frac{p(\Delta G_{r1} c_r t_{r1} m_{ar} c_{ar} + G_{r1} c_r \Delta t_{r1} m_{ar} c_{ar} + G_{rp} c_{rp} \Delta t_{rp1} m_{ar} c_{ar} -}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}} \\
 & \frac{-\Delta G_{r2} c_r t_{r2} m_{ar} c_{ar} + KF\Delta t_{oc} m_{ar} c_{ar} - G_{dвс} c_{ar}^2 \Delta t_{ar3} m_{ar}) -}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}} \\
 & \frac{-G_a c_{ae23} \Delta t_{ae23} G_{ar} c_{ar} + \Delta G_{\pi} i G_{ar} c_{ar} + G_{\pi} \Delta i G_{ar} c_{ar} + \Delta G_{r1} c_r t_{r1} G_{ar} c_{ar} +}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}} \\
 & \frac{+G_{r1} c_r \Delta t_{r1} G_{ar} c_{ar} + \Delta G_{ar} c_{ar}^2 t_{a1} G_{ar} + G_{ar}^2 c_{ar}^2 \Delta t_{a1} -}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}} \\
 & \frac{-\Delta G_{r2} c_r t_{r2} G_{ar} c_{ar} - \Delta G_{ar} c_{ar}^2 t_{ar2} G_{ar} - \Delta G_a c_{\kappa} t_{\kappa} G_{ar} c_{ar} - \Delta G_{\pi} i KF -}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}} \\
 & \frac{-G_a \Delta i KF - \Delta G_{ar} c_{ar} t_{a1} KF - G_{ar} c_{ar} KF \Delta t_{a1} + \Delta G_{ar} c_{ar} t_{ar2} KF}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}} \\
 & \frac{+\Delta G_a c_{ae23} t_{ae23} KF + G_a c_{ae23} \Delta t_{ae23} KF - KF \Delta t_{oc} G_{ar} c_{ar} - G_{dвс} c_{ar}^2 \Delta t_{ar3} G_{ar}}{m_{ar} c_{ar} p + G_{ar} c_{ar}}. \tag{20}
 \end{aligned}$$



Передаточная функция – это отношение изображения Лапласа переменной на выходе к изображению Лапласа переменной на входе [5]. В данной работе в качестве выходного параметра принята регулируемая величина Δt_{r2} .

Рассматриваем канал по управлению:

1) Изменение конечной температуры горючего – Изменение расхода охлаждающего азота ($\Delta t_{r2} - \Delta G_a$):

$$\Delta t_{r2} (Ap + B) = \Delta G_a (i G_{ar} c_{ar} - c_{a2a3} t_{a2a3} G_{ar} c_{ar} + c_{a2a3} t_{a2a3} KF); \quad (21)$$

$$\frac{\Delta t_{r2}}{\Delta G_a} = \frac{i G_{ar} c_{ar} - c_{a2a3} t_{a2a3} G_{ar} c_{ar} + c_{a2a3} t_{a2a3} KF}{Ap + B} = \frac{k_1}{Ap + B}, \quad (22)$$

где $k_1 = i G_{ar} c_{ar} - c_{a2a3} t_{a2a3} G_{ar} c_{ar} + c_{a2a3} t_{a2a3} KF$.

Рассматриваем каналы по возмущению:

1) Изменение конечной температуры горючего – Изменение расхода охлаждающего азота ($\Delta t_{r2} - \Delta G_a$):

$$\Delta t_r (Ap + B) = \Delta G_{r1} (c_m t_{r1} m_{ar} c_{ar} p + c_r t_{r1} G_{ar} c_{ar}); \quad (23)$$

$$\frac{\Delta t_r}{\Delta G_{r1}} = \frac{c_r t_{r1} m_{ar} c_{ar} p + c_r t_{r1} G_{ar} c_{ar}}{Ap + B} = \frac{T_1 p + k_2}{Ap + B}, \quad (24)$$

где $k_2 = c_m t_{r1} G_{ar} c_{ar}$, $T_1 = c_r t_{r1} m_{ar} c_{ar}$;

2) Изменение конечной температуры горючего – Изменение начальной температуры горючего ($\Delta t_{r2} - \Delta t_{r1}$):

$$\Delta t_m (Ap + B) = \Delta t_{r1} (G_{r1} c_m m_{ar} c_{ar} p + G_{r1} c_m G_{ar} c_{ar}); \quad (25)$$

$$\frac{\Delta t_m}{\Delta t_{r1}} = \frac{G_{r1} c_m m_{ar} c_{ar} p + G_{r1} c_m G_{ar} c_{ar}}{Ap + B} = \frac{T_2 p + k_3}{Ap + B}, \quad (26)$$

где $k_3 = G_{r1} c_m G_{ar} c_{ar}$, $T_2 = G_{r1} c_m m_{ar} c_{ar}$ 2;

3) Изменение конечной температуры горючего – Изменение расхода смеси горючего ($\Delta t_{r2} - \Delta G_{ar}$):

$$\Delta t_{r2} (Ap + B) = \Delta G_{ar} (c_{ar}^2 t_{a1} G_{ar} - c_{ar}^2 t_{a2} G_{ar} + c_{ar} t_{a2} KF); \quad (27)$$

$$\frac{\Delta t_{r2}}{\Delta G_{ar}} = \frac{c_{ar}^2 t_{a1} G_{ar} - c_{ar}^2 t_{a2} G_{ar} + c_{ar} t_{a2} KF}{Ap + B} = \frac{k_4}{Ap + B}, \quad (28)$$

где $k_4 = c_{ar}^2 t_{a1} G_{ar} - c_{ar}^2 t_{a2} G_{ar} + c_{ar} t_{a2} KF$;

4) Изменение конечной температуры горючего – Изменение начальной температуры смеси горючего ($\Delta t_{r2} - \Delta t_{a1}$):

$$\Delta t_{r2} (Ap + B) = \Delta t_{a1} (G_{ar}^2 c_{ar}^2 - G_{ar} c_{ar} KF); \quad (29)$$



$$\frac{\Delta t_{r2}}{\Delta t_{a1}} = \frac{G_{ar}^2 c_{ar}^2 - G_{ar} c_{ar} KF}{Ap + B} = \frac{k_5}{Ap + B}, \quad (30)$$

где $k_5 = G_{ar}^2 c_{ar}^2 - G_{ar} c_{ar} KF$;

5) Изменение конечной температуры горючего – Изменение окружающей среды ($\Delta t_{r2} - \Delta t_{oc}$):

$$\Delta t_{r2} (Ap + B) = \Delta t_{oc} (KFm_{ar} c_{ar} p - KFG_{ar} c_{ar}); \quad (31)$$

$$\frac{\Delta t_m}{\Delta t_{oc}} = \frac{KFm_{ar} c_{ar} p - KFG_{ar} c_{ar}}{Ap + B} = \frac{T_3 p + k_6}{Ap + B}, \quad (32)$$

где $T_3 = KFm_{ar} c_{ar}$ $k_6 = -KFG_{ar} c_{ar}$;

6) Изменение конечной температуры смеси горючего – Изменение энтальпии охлаждающего азота ($\Delta t_{r2} - \Delta i$):

$$\Delta t_{r2} (Ap + B) = \Delta i (G_a G_{ar} c_{ar} - G_a KF); \quad (33)$$

$$\frac{\Delta t_{r2}}{\Delta t_{c1}} = \frac{G_a G_{ar} c_{ar} - G_a KF}{Ap + B} = \frac{k_8}{Ap + B}. \quad (34)$$

Выводы

В результате проведенного исследования технологического процесса составлена математическая модель процесса, происходящего в барботере. Данная математическая модель не претендует на возможность описания всех процессов, происходящих в сложных реальных системах. Она разработана для описания общего технологического процесса, происходящего непосредственно в барботере при тепловых процессах, с использованием жидкого азота для охлаждения ракетного топлива. В дальнейшем данная математическая модель будет применена при разработке учебного стенда для имитации одного из этапов процесса подготовки ракетного топлива к заправке.

Список литературы

1. Александров А.А., Гончаров Р.А., Игрицкий В.А., ЧуGUNков В.В. Методика выбора рациональных режимов охлаждения углеводородного горючего стартовым оборудованием перед заправкой топливных баков ракеты-носителя // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2011. №1. С. 40–46.
2. Денисов О.Е., Золин А.В., Денисова К.И. Методика проектирования базы хранения и подготовки высококипящих компонентов ракетного топлива космодрома «Восточный» // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. №11. С. 378–398.
3. Александров А.А., Бармин И.В., Кунис И.Д., ЧуGUNков В.В. Особенности создания и развития криогенных систем ракетно-космических стартовых комплексов «Союз» // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2016. №2. С. 7–27.



4. *Кобышев С.В.* Методика поверочного расчета процесса осушки углеводородного горючего методом барботажа газообразным азотом // Актуальные проблемы Российской космонавтики : материалы XXXVII академических чтений по космонавтике / Комиссия РАН. М., 2013. С. 385–386.

5. *Накоряков В.Е., Цой А.Н., Мезенцев И.В., Мелешкин А.В.* Экспериментальные исследования процесса инъекции жидкого азота в воду // Теплофизика и аэромеханика. 2014. №3. С. 293–298.

Об авторах

Выборнов Никита Андреевич — магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: vybornov@mail.ru

Михаил Николаевич Протасевич — ст. преп., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.

E-mail: MProtasevich@kantiana.ru

N.A. Vybornov, M.N. Protasevich

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE PROCESS OF ROCKET FUEL BUBBLING WITH LIQUID NITROGEN

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 03 June 2022

Accepted 22 June 2022

To cite this article: Vybornov N.A., Protasevich M.N. 2022, Development of a mathematical model for the process of rocket fuel bubbling with liquid nitrogen, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 90–100.

To achieve an optimum temperature of rocket fuel, its negative temperature and the amount of its purification from impurities are necessary. For this purpose, a mathematical model of the temperature dependence inside the bubbler has been developed in this article.

Keywords: rocket, mathematical model, bubbler, temperature, rocket fuel, liquid nitrogen, transfer function

The authors

Nikita A. Vybornov, Master's Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: vybornov@mail.ru

Michael N. Protasevich, Assistant Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: Protasevich@kantiana.ru

А. С. Кривогузова, Д. М. Васютенко

АНАЛИЗ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ГЕОЛОГИИ

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

Поступила в редакцию 23.01.2022 г.

Принята к публикации 02.02.2022 г.

101

Для цитирования: *Кривогузова А.С., Васютенко Д.М.* Анализ применения математического моделирования в геологии // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 101–107.

Проанализированы наиболее характерные ошибки в применении математико-статистических и модельных методов, периодически возникающие при изучении научных геологических журналов, и рассмотрены некоторые рекомендации по их устранению. Обсуждаются проблемы определения относительных погрешностей в упрощенных математических моделях. Показана необходимость расчета параметров фонового значения и исключения его влияния на вычисление «полезного сигнала». Для обсуждения и тестирования также предлагается графический метод определения минимального аномального содержания.

Ключевые слова: математические методы, исследовательская работа, геология, методы оценки, фоновое распределение, графический метод, корреляционный анализ

В настоящее время едва ли можно найти научного работника, который никогда не применял математические методы обработки данных в исследовательских работах. Очевидно, что каждый исследователь также посещал лекции по математическим методам и обладает элементарными (более или менее определенными, но иногда очень условными и приблизительными) знаниями о математико-статистических и более сложных методах, таких как корреляционный и факторный анализ, элементы теории ошибок и т. д.

Произведение оценки точности исходя из прогнозных геологических данных

Обычно оценки прогнозируемых параметров любого объекта или характеристик процесса основаны на применении нескольких первичных данных, которые могут быть отмечены своей конкретной ошибкой. К сожалению, авторы редко дают точные оценки прогнозных результатов, хотя это позволило бы сэкономить время для них самих и



для читателей, поскольку дальнейшее изучение данных может выявить, что ошибка в расчетах иногда значительно выше, чем это необходимо для получения результата реальной значимости [1, с. 122].

Когда мы имеем дело с повторными измерениями, оценка точности путем вычисления среднего значения и стандартного отклонения не является сложной задачей. Задача усложняется в случае единичных измерений (например, прогнозной оценки запасов на определенном месторождении полезных ископаемых).

В случае любых инструментальных измерений физических параметров абсолютная погрешность обычно определяется на основе значений деления шкалы. Однако применение такого метода в естественных науках (в частности, в геологии) не всегда возможно из-за специфики объектов. В этом случае абсолютная погрешность в первичных данных оценивается исследователем на основе опыта по аналогии с другими объектами или просто интуиции с заметной долей произвола.

В случае сложения или вычитания значений общая погрешность результата $a = b \pm c$ достигается путем добавления определенных абсолютных ошибок:

Прогностическая оценка объема рассчитывается как произведение этих первичных параметров. Пусть каждое из этих пяти значений имеет относительную погрешность 20 % для объекта, уже не существующего в природе (разрушенного). В этом случае можно судить о его параметрах только косвенно. Тогда минимальное значение относительной ошибки в оценке прогнозных ресурсов, которое рассчитывается методом, применимым для значений с небольшой первичной ошибкой (варианты формулы (4)), составляет 100 %; то есть предложенная модель не имеет смысла, поскольку запасы в месторождении считаются равными нулю при более низком пределе точности (именно этот предел обычно наиболее важен для прогнозных оценок в геологии) [2, с. 25].

Поскольку относительная погрешность может достигать десятков процентов для элементов геологических объектов и процессов, мы должны использовать полную формулу, разработанную для грубых первичных преобразований. В этом случае погрешность результата увеличивается по сравнению с методом, применяемым для точных первичных измерений (рис. 1).

Если проанализировать точность моделей в условиях приближенного равенства относительных погрешностей первичных параметров, в этом случае погрешность в конечном результате будет максимальной, что гарантирует достоверность оценки.

На этапе разведки и оценки иногда важно установить по крайней мере порядок содержания и/или запасы полезного содержания в рудном объекте. Поэтому относительная погрешность в результате до 50 % будет приемлемой. Для трехкомпонентной модели такая точность достигается, если погрешность первичных оценок находится на уровне 15 %; то есть трехкомпонентная модель прогнозных параметров месторождения с относительной погрешностью в первичных данных более 15 % является низкоинформативной. Тогда необходимая точность начальных параметров увеличивается для четырех и более компонентных моделей [3, с. 144].

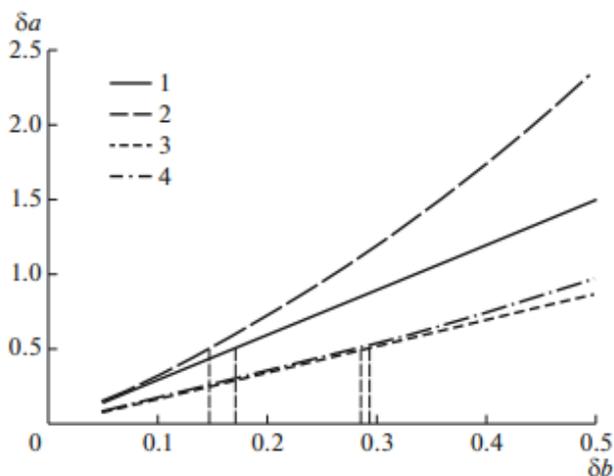


Рис. 1. Оценка относительной погрешности в модели (δa) на основе трех основных параметров при аналогичном значении их относительных погрешностей ($\delta b = \delta c = \delta d$):

- 1 – линейная погрешность для «точных» данных с небольшой относительной погрешностью первичных параметров; 2 – линейная ошибка для «грубых» данных, формула (6); 3 – квадратичная ошибка для «точных» данных;
- 4 – квадратичная ошибка для «грубых» данных

Существуют методы повышения точности модели. Например, если ошибки в первичных параметрах случайны и независимы друг от друга (то есть ошибки в первичных измерениях направлены по-разному и увеличение одних параметров может быть компенсировано уменьшением других), мы можем применить квадратичную оценку ошибки в конечном результате. В случае более сложных корреляций можно использовать пошаговый метод расчета относительной ошибки.

Таким образом, при разработке любой количественной прогностической модели должно быть обеспечено не только расчетное значение, но и точность данной модели, что позволит определить достоверность прогноза и продемонстрировать практическую значимость предлагаемой модели.

Необходимость оценки фонового значения. Методы оценки фонового значения

Обработка всей базы данных без разграничения фонового и аномального содержимого является еще одной распространенной ошибкой в применении статистических методов. Фоновое содержание определяет средний уровень насыщенности территории исследуемым компонентом (химическими элементами, минералами, геофизическими параметрами и др.). Они зависят от множества случайных факторов и

имеют нормальное (гауссовское) или логнормальное распределение, если значение параметра показывает нормальное распределение [4, с. 74].

Однако распределение содержимого в пределах фонового значения имеет случайный характер. В ходе анализа корреляции этих содержаний с выбранной дискретной плотностью выборки мы можем получить иллюзию некоторых тенденций, приводящих к неправильному представлению о характеристиках поля исследуемых параметров (рис. 2). Поскольку только результаты, превышающие пороговое значение аномальности, имеют информационное значение, определение локального фонового значения является обязательной процедурой при обработке данных.

104

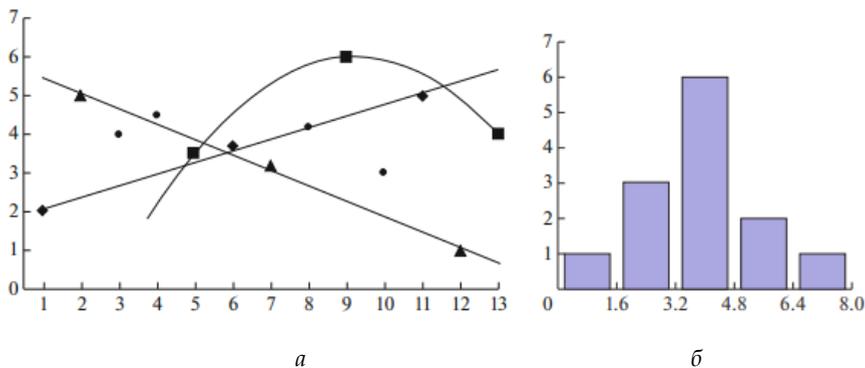


Рис. 2. Возникновение ошибочных тенденций структуры поля параметра в пределах фонового значения при применении различных вариантов плотности разряженной и дискретной выборки (пункты 1–6–11, 2–7–12, 5–9–13) (а); значение параметра имеет нормальное распределение со средним значением и стандартным отклонением, равным 3,8 и 1,3 соответственно (б)

Учитывая, что в выборке в однородном секторе отсутствует аномальное содержание, уровень фонового содержания соответствует вероятному среднему арифметическому значению. Пик этой кривой соответствует среднему значению выборки с симметричными позициями отклонений от среднего значения на этом графике.

В геологии методы оценки фонового значения хорошо разработаны в первую очередь для геохимических методов поиска месторождений полезных ископаемых.

Минимальное аномальное значение (C_a) связывает уровень фонового значения (C_b) со стандартным отклонением фонового значения (S_b) при нормальном распределении (рис. 3):

$$C_a = C_b + tS_b$$

или фоновое значение со стандартным множителем при логнормальном распределении.

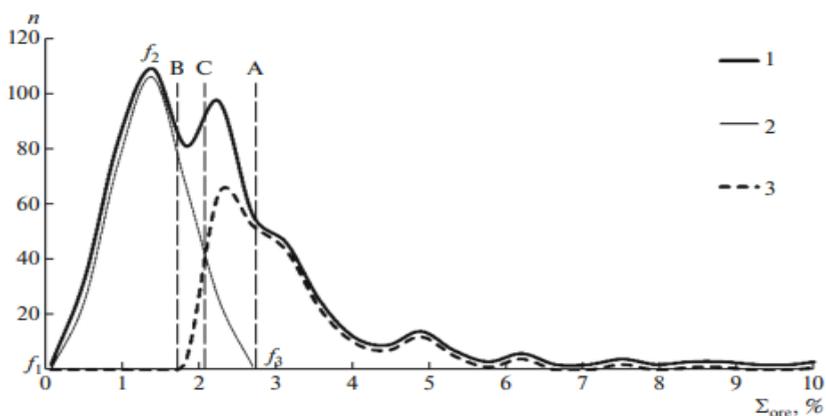


Рис. 3. Распределение частоты встречаемости (n) значений параметра «общие компоненты руды» (Σ руда) в секторе:

- 1 – общий график; 2 – распределение фона; 3 – аномальное распределение;
 A, B, C – версии с минимальным аномальным содержанием;
 f_1, f_2, f_3 – точки на графике распределения фонового контента

Вариант оценки Ca с заниженным t может спровоцировать выявление множества бесперспективных аномалий и дополнительные затраты на их изучение. Поэтому работник вынужден выбирать приоритеты, основываясь на своем личном опыте. Для расчета фоновых и пороговых значений аномальности на картах распределения параметров выбирается сектор без явных аномалий, которые могут быть выделены визуально или на основе анализа графика [5, с. 132].

Эти зоны должны быть согласованы с точки зрения ландшафта и геохимии, а также сходства химии горных пород. В этом случае необходимо проверить однородность образца и доказать, что образец содержит только фоновые значения. Выполнение этой процедуры, однако, не всегда возможно на практике. Обычно данные по крупным образцам, которые охватывают области более обширные, чем площадь отдельного месторождения или рудного тела, включают значение локального фона и некоторые аномалии. Проблема состоит в том, чтобы определить фоновую и пороговую аномальность (Ca) и выделить эти образцы. Оценка среднего содержания и стандартного отклонения в общей выборке дает более искаженную (завышенную) информацию о фоновом режиме и стандартном отклонении, поскольку она также включает аномальное содержание. Таким образом, мы получаем «бесконечный круг»: невозможно точно оценить фон без определения минимального аномального уровня, но определить значение Ca можно только после определения Cb и Sb [6, с. 236].

Некоторые из методов, предложенных для решения актуальных задач (графическая оценка пороговой аномалии), носят предварительный и дискуссионный характер.



Геология предоставляет множество тематических исследований для использования статистических, вероятностных и компьютерных моделей, охватывающих репрезентативную и параметрическую статистику, детерминированные процессы, случайное распределение и методы Монте-Карло. Для большинства из этих приложений компьютер стал необходимым для хранения и обработки данных, а также для быстро развивающейся и инновационной области компьютерного моделирования с использованием симуляций.

Список литературы

106

1. *Ананьев В.П., Потапов А.Д., Филькин Н.А.* Специальная инженерная геология : учебник. М., 2017.
2. *Ананьев В.П., Потапов А.Д.* Специальная инженерная геология. М., 2018.
3. *Басарыгин М.Ю.* Строительство и эксплуатация морских нефтяных и газовых скважин : в 4. т. Т. 4, кн. 3. М. ; Краснодар, 2017.
4. *Большов С. И.* Геоморфология с основами геологии : практикум. М., 2020.
5. *Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.* Математическая статистика. М., 2019.
6. *Калинина В.Н.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для академического бакалавриата. М., 2015.

Об авторах

Александра Сергеевна Кривогузова — магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: krivoguzova99@bk.ru

Денис Михайлович Васютенко — магистрант, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: igrook6000@mail.ru

A. S. Krivoguzova, D. M. Vasyutenko

ANALYSIS OF THE APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELING IN GEOLOGY

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 23 January 2022

Accepted 02 February 2022

To cite this article: Krivoguzova A.S., Vasyutenko D.M. 2022, Analysis of the application of mathematical modeling in geology, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, №1. P. 101–107.

In this paper, the most characteristic errors in the application of mathematical-statistical and model methods that periodically occur during the review of scientific geological journals were analyzed, and recommendations for their elimination were given. The problems of determining relative errors in simplified mathematical models are discussed. The necessity of



calculating the parameters of the background value and excluding its influence on the calculation of the “useful signal” is shown. A graphical method for determining the minimum abnormal content is also proposed for discussion and testing.

Keywords: mathematical methods, research work, geology, estimation methods, background distribution, graphical method, correlation analysis

The authors

Alexandra S. Krivoguzova, Master’s Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: krivoguzova99@bk.ru

Denis M. Vasyutenko, Master’s Student, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: igrook6000@mail.ru

УДК 534.2

И. С. Верещагина

**ОСНОВНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ
В НЕИДЕАЛЬНОМ ГАЗЕ И СКОРОСТЬ ЗВУКА
НА ОСНОВЕ РАЗЛИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ**

108

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия
Поступила в редакцию 31.01.2022 г.
Принята к публикации 13.02.2022 г.

Для цитирования: *Верещагина И. С.* Основные термодинамические параметры в неидеальном газе и скорость звука на основе различных уравнений состояния // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2022. №1. С. 108–121.

Выводятся явные соотношения для термодинамических величин и уравнения адиабаты для газа, описываемого уравнением состояния самого общего вида. Для наиболее известных уравнений состояния приведены явные формулы. В качестве примера исследован характер поведения скорости звука как функции температуры и давления для газа Ван дер Ваальса и проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. Анализ показал, что полученные формулы значительно лучше описывают скорость звука в широком диапазоне давлений и температур.

Ключевые слова: термодинамика, газ Ван дер Ваальса, уравнение состояния, неидеальный газ

Введение

Нелинейность исходных эволюционных уравнений и уравнений состояния в динамике жидкостей и газов приводит к появлению специфических нелинейных эффектов, таких как генерация шума потоком, появление турбулентности, искажение профиля движущегося возмущения, в том числе формирование ударной волны и самофокусировка акустического пучка. Особенности проявления этих и других нелинейных эффектов, наблюдаемых при распространении возмущений, зависят от нелинейных свойств среды. Этим определяется значимость выбора уравнения состояния для корректного замыкания системы уравнений гидродинамики. Вопрос о правильности выбора уравнений состояния становится особенно актуальным при описании возмущений в среде, находящейся вблизи критического состояния или вблизи области фазового перехода, а также при учете физических эффектов, связанных с нелинейностью среды и распространением звуко-



вых волн. Для правильного описания нужно не только правильно выбрать уравнение состояния, но и получить основные термодинамические величины. Явные выражения для основных термодинамических величин для идеального газа и газа Ван дер Ваальса можно найти в [1], для вириального разложения с ошибкой — в [2]. Некоторые общие формулы для термодинамических величин для газов с общим уравнением состояния приведены в книге [3].

Эти вопросы остаются актуальными при рассмотрении реальных сред. Построению моделей с неидеальными уравнениями состояния посвящена работа [4]. Обобщается основанная на частицах модель гидродинамики с непрерывными скоростями для моделирования жидкостей с исключенными объемными эффектами. В работе [5] рассматривается слабо и сильно неидеальная плазма. В обоих случаях уравнения состояния водородной и пылевой плазмы изучались на основе эффективных потенциалов.

Хорошо известно, что скорость звука в идеальном газе не зависит от давления. Учет поправок газа на неидеальность [6] показывает, что соответствие аналитических результатов и эксперимента становится лучше, однако поправки позволяют сделать описание более точным только в узком диапазоне параметров. В данной работе анализируется выбор уравнения состояния для неидеальной среды, что приобретает важность при распространении акустических волн в жидкостях, плазме, атмосфере. Представлено явное соотношение, с помощью которого можно найти зависимости скорости звука от температуры и давления в явном или параметрическом виде для газа, описываемого уравнением состояния самого общего вида. Построены соответствующие зависимости с использованием наиболее известных уравнений состояния, проведены сравнения с экспериментальными данными, показано, что полученные зависимости лучше отвечают эксперименту, чем приведенные ранее.

Уравнения состояния и термодинамические величины для неидеального газа

Для полного описания физических процессов на основе системы газо- и гидродинамики используют термическое и калорическое уравнения состояния, определяющие соответственно зависимость давления и внутренней энергии термодинамической системы от температуры и плотности. Равновесные внутренние параметры, характеризующие состояние системы, являются функциями внешних параметров и температуры. Соотношения, определяющие зависимость внутренних параметров системы от внешних, традиционно называют уравнениями состояния. Общее число уравнений состояния термодинамической системы равно числу ее термодинамических степеней свободы, то есть числу независимых параметров, характеризующих равновесное состояние системы. Калорическое и каждое из термических уравнений состояния являются независимыми. Однако они могут быть связаны некоторым дифференциальным соотношением. Если рассматривается



простая система, то есть система с постоянным числом частиц, равновесное состояние которой определяется только одним внешним параметром (обычно плотность ρ) и температурой T , термическое и калорическое уравнения имеют вид

$$P = P(\rho, T), \quad E = E(\rho, T).$$

Для простых систем справедливо следующее дифференциальное уравнение связи:

$$T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T + P. \quad (1)$$

110

В рамках термодинамики вывести уравнения состояния нельзя. Исторически первоначально они устанавливались из опыта. Первым самым простым и самым известным термическим уравнением состояния стало уравнение состояния для идеального газа — уравнение Клайперона — Менделеева:

$$PV = \mu R_0 T, \quad \text{где } \mu = \frac{m}{M}.$$

Ему соответствует калорическое уравнение вида

$$E = \int C_V dT,$$

где C_V — теплоемкость газа при постоянном объеме. Но это уравнение удовлетворительно описывает поведение реальных газов в очень узком диапазоне изменения внешних параметров — давления и температуры. Это связано прежде всего с тем, что уравнение для идеального газа не учитывает внутреннюю структуру молекул и наличие сил взаимодействия между ними.

Для реальных газов были предприняты многочисленные попытки подобрать эмпирические уравнения состояния, которые бы лучше описывали поведение систем.

Первым и самым известным является эмпирическое уравнение состояния Ван дер Ваальса, которое для одного моля вещества имеет вид

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = R_0 T, \quad (2)$$

где a и b — феноменологические константы, не зависящие от температуры и давления и различные для разных веществ.

Но и уравнение Ван дер Ваальса также недостаточно хорошо в количественном отношении описывало поведение реальных систем. Это привело к многочисленным попыткам подобрать более точные уравнения состояния. Из простых уравнений с двумя эмпирическими параметрами неплохие результаты дают первое и второе уравнения Дитеричи

$$P(V - b) = RT \exp\left(-\frac{a}{RTV}\right), \quad \left(P + \frac{a}{V^{5/3}} \right) (V - b) = R_0 T \quad (3)$$



и уравнение Бергло

$$\left(P + \frac{a}{TV^2}\right)(V - b) = R_0T. \quad (4)$$

Существуют уравнения состояния, использующие пять индивидуальных постоянных. Наиболее удачным оказалось уравнение Битти – Бриджмена [7]

$$\left[\left(P + \frac{A}{V^2}\right)\left(1 - \frac{a}{V}\right)\right] \cdot \frac{V^2}{V + B\left(1 - \frac{b}{V}\right)} = R_0T\left(1 - \frac{c}{VT^3}\right).$$

В течение некоторого времени именно оно применялось для составления справочных таблиц для реальных газов в широком диапазоне изменения давления, объема и температуры. «Индивидуальными» константы в эмпирических уравнениях состояния названы потому, что для разных сред они имеют различные (индивидуальные) значения. В настоящее время при составлении наиболее точных справочных таблиц свойств реальных газов и для вычисления термодинамических функций газов используют уравнение Бенедикта – Вебба – Рубина с одиннадцатью индивидуальными параметрами

$$\frac{PV}{R_0T} = 1 + \frac{B}{V_r} + \frac{C}{V_r^2} + \frac{D}{V_r^5} + \frac{C^4}{T_r^3 V_r^3} \left(\beta + \frac{\sigma}{V_r^2}\right) \exp\left(-\frac{\sigma}{V_r^2}\right),$$

где

$$B = b_1 - \frac{b_2}{T_r} - \frac{b_3}{T_r^2} - \frac{b_4}{T_r^3}, \quad C = c_1 - \frac{c_2}{T_r} - \frac{c_3}{T_r^2}, \quad D = d_1 + \frac{d_2}{T_r},$$

$$V_r = \frac{V}{V_{kr}}, \quad T_r = \frac{T}{T_{kr}}.$$

Здесь V_{kr} и T_{kr} – критические объем и температура.

Для реальных газов к настоящему моменту предложено более 150 эмпирических термических уравнений состояния.

Каммерлинг-Оннес и Кизом первыми предложили в качестве уравнения состояния использовать разложения по степеням V^{-1} или P :

$$PV = R_0T \left[1 + B_2(T) \left(\frac{N}{V}\right) + B_3(T) \left(\frac{N}{V}\right)^2 + \dots \right], \quad (5)$$

где $B(T)$ – вириальные коэффициенты. Использование вириальных уравнений состояния позволило достичь хорошего согласия с экспериментом, однако еще более важно то, что разложение по степеням V^{-1} получило надежное теоретическое обоснование. Указанное обоснование было получено в рамках статистической физики, более общей по сравнению с термодинамикой.



Здесь мы рассмотрим методику получения термодинамических соотношений для неидеального газа, описываемого уравнением состояния в виде

$$P(T, V_1) = \frac{R_0 T}{V_1 - b} - \bar{P}(T, V_1), \quad (6)$$

где P – давление газа, \bar{P} – добавка, учитывающая отклонение уравнения состояния от уравнения состояния идеального газа, $V_1 = \frac{V}{\mu}$ – молярный объем, V – объем газа, μ – количество вещества, R_0 – универсальная газовая постоянная, T – температура газа, b – эмпирическая константа уравнения состояния.

Любое уравнение состояния можно представить в виде (6). Это наиболее общий вид уравнения состояния неидеального газа. Например, уравнению состояния идеального газа соответствует случай $b = 0$ и $\bar{P} = 0$. А для уравнения Ван дер Ваальса $\bar{P} = \frac{a}{V_1^2}$.

Уравнением связи для уравнения состояния в форме (6) и калорического уравнения состояния $E = E(V_1, T)$ является уравнение

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V_1} \right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{V_1},$$

где E – внутренняя энергия. Представим ее в виде

$$E = E_0 + E'.$$

$E_0 = \frac{f}{2} N_A k T$ – внутренняя энергия полу идеального газа, а E' – добавка, учитывающая энергию взаимодействия молекул, f – число степеней свободы. Подставляя это выражение в уравнение связи, получим выражение для добавки энергии:

$$E' = \int_{\infty}^{V_1} \left(T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{V_1} - P \right) dV_1 = T^2 \int_{\infty}^{V_1} \left(\frac{\partial}{\partial T} \frac{P}{T} \right)_{V_1} dV_1 = T^2 \int_{\infty}^{V_1} \left(\frac{\partial}{\partial T} \frac{\bar{P}}{T} \right)_{V_1} dV_1.$$

Пределы интегрирования выбираем так, чтобы $E' \rightarrow 0$ при $V_1 \rightarrow \infty$.

Для внутренней энергии получаем соотношение

$$E = E_0 + T^2 \int_{\infty}^{V_1} \left(\frac{\partial}{\partial T} \frac{\bar{P}}{T} \right)_{V_1} dV_1. \quad (7)$$

Из (7) можно сделать вывод, что если P пропорциональна температуре T , то внутренняя энергия совпадает с внутренней энергией идеального газа.



Зная внутреннюю энергию, можно найти выражение для теплоемкости газа при постоянном молярном объеме:

$$C_{V_1} = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_{V_1} = C_{V_1}^0 + T \int_{\infty}^{V_1} \left(\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial T^2} \right) dV_1, \quad (8)$$

$$C_{V_1}^0 = \left(\frac{\partial E_0}{\partial T} \right)_{V_1} = \frac{f}{2} N_A k, \quad f - \text{число степеней свободы.}$$

Из (8) следует, что теплоемкость газа при постоянном молярном объеме совпадает с теплоемкостью идеального газа, когда зависимость \bar{P} от температуры T является линейной.

Для разности теплоемкостей C_p и C_{V_1} получим соотношение вида

$$C_p - C_{V_1} = -T \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial T} \right)_{V_1}^2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial P} \right)_T = R_0 \frac{\left(1 + \frac{V_1 - b}{R_0} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial T} \right)_{V_1} \right)^2}{1 - \frac{(V_1 - b)^2}{R_0 T} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial V_1} \right)_T}.$$

Можно вычислить энтропию неидеального газа, используя соотношение $C_{V_1} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V_1}$, уравнение состояния газа (6) и выражение для теплоемкости (8). Здесь S – энтропия одного моля вещества, V_1 – молярный объем. Для вычисления проинтегрируем соотношение для теплоемкости по температуре. И, учитывая соотношение

$$\left(\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial T^2} \right)_{V_1} = \frac{\partial^2}{\partial T^2} \left(\frac{R_0 T}{(V_1 - b)} + \bar{P} \right)_{V_1},$$

для энтропии получим:

$$S = S_0 + R_0 \ln(V_1 - b) + C_{V_1}^0 \ln T + \int_{\infty}^{V_1} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial T} \right)_{V_1} dV_1. \quad (9)$$

Если \bar{P} не зависит от температуры T , формула для энтропии совпадает с выражением для энтропии идеального газа. Соотношение (9) обобщает известные выражения для энтропии идеального газа и газа Ван дер Ваальса.

Теперь можно получить уравнение адиабаты в общем виде. Для адиабатического процесса $S = S_0 = const$. Учитывая это, из соотношения (9) получаем уравнение адиабаты в форме

$$T(V_1 - b)^{\gamma-1} \exp \left(\frac{1}{C_{V_1}^0} \int_{\infty}^{V_1} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial T} \right)_{V_1} dV_1 \right) = const, \quad (10)$$

где $\gamma = \frac{R_0}{C_{V_1}^0}$ – постоянная адиабаты для полуйдеального газа.



Выражение (10) обобщает уже известные уравнения адиабаты для идеального газа ($b = 0$ и $\bar{P} = 0$):

$$TV_1^{\gamma-1} = const.$$

Или, если подставить T из уравнения состояния, получаем в форме:

$$PV_1^\gamma = const.$$

А для газа Ван дер Ваальса $\left(\bar{P} = -\frac{a}{V_1^2}\right)$:

$$T(V_1 - b)^{\gamma-1} = const, \text{ или } \left(P - \frac{a}{V_1^2}\right)(V_1 - b)^\gamma = const.$$

Соотношение (10) не совпадает с уравнением адиабаты, приведенным в [3], которое является формально правильным, но не позволяет получить ничего, кроме адиабаты идеального газа.

Используя алгебраические соотношения, можно получить остальные термодинамические потенциалы, такие как:

$$F = E - TS \text{ — свободная энергия (Гельмгольца);}$$

$G = E - TS + PV_1$ — термодинамический потенциал (свободная энергия Гиббса);

$\Omega = E - TS - \nu N$ — большой термодинамический потенциал (ν — химический потенциал);

$$H = E + PV_1 \text{ — энтальпия.}$$

В качестве примера приведем выражение для свободной энергии:

$$F = F_0 - R_0 T \ln(V_1 - b) - C_{V_1}^0 T \ln T - \int_{\infty}^{V_1} \bar{P} dV_1.$$

Рассмотрим частные случаи. Все полученные формулы справедливы для уравнения состояния общего вида в форме (6). Используя их, можно получить выражения для термодинамических потенциалов, уравнение адиабаты и соотношение для теплоемкости при постоянном молярном объеме для идеального газа и известных уравнений состояния. Легко заметить, что для идеального газа случай $b = 0$ и $\bar{P} = 0$, получаем известные соотношения. Рассмотрим другие случаи.

$$\text{Газ Ван дер Ваальса } \left(\bar{P} = -\frac{a}{V_1^2}\right)$$

Запишем уравнение состояния газа Ван дер Ваальса в виде (6), соответствующем общему виду уравнения состояния неидеального газа:

$$P = \frac{R_0 T}{(V_1 - b)} - \frac{a}{V_1^2}. \quad (11)$$



В силу принятого при выводе уравнения Ван дер Ваальса механизма молекулярного взаимодействия оно хорошо описывает поведение реального газа только при малых давлениях и высоких температурах, в остальных случаях уравнение Ван дер Ваальса может дать только качественно правильную характеристику реального газа.

Для внутренней энергии из (7) получаем:

$$E = E_0 - \frac{a}{V_1} = \frac{f}{2} N_A k T - \frac{a}{V_1}.$$

Последнее уравнение показывает, что внутренняя энергия газа Ван дер Ваальса зависит не только от температуры, как для идеального газа, но и от молекулярного объема.

Аналогично для энтропии из (9) получаем:

$$S = S_0 + R_0 \ln(V_1 - b) + C_{V_1}^0 \ln T.$$

Соответственно, уравнение адиабаты принимает вид

$$T(V_1 - b)^{\gamma-1} = const, \text{ или } \left(P + \frac{a}{V_1^2} \right) (V_1 - b)^\gamma = const.$$

Свободная энергия Гельмгольца:

$$F = F_0 - R_0 T \ln(V_1 - b) - C_{V_1}^0 T \ln T - \frac{a}{V_1}.$$

Теплоемкость при постоянном объеме:

$$C_{V_1} = C_{V_1}^0 = \left(\frac{\partial E_0}{\partial T} \right)_{V_1}.$$

Эти соотношения совпадают с известными выражениями для внутренней энергии, энтропии и адиабаты [1] и при $a, b = 0$ переходят в соответствующие соотношения для идеального газа.

$$\text{Газ Берглю } \left(\bar{P} = -\frac{a}{V_1^2 T} \right)$$

Уравнение состояния газа Берглю в виде (6):

$$P = \frac{R_0 T}{(V_1 - b)} - \frac{a}{V_1^2 T}.$$

Уравнение состояния Берглю справедливо для газов или паров при давлениях не выше 5–6 атм и $T > T_{kr}$ (например, для аргона $T_{kr} = 151$ К, для водорода $T_{kr} = 33$ К, для углекислого газа $T_{kr} = 304$ К) и не применимо в критической области и при переходе к конденсированному состоянию. Используя полученные выше формулы, для термодинамических параметров газа Берглю получаем следующие соотношения.



Внутренняя энергия:

$$E = E_0 - \frac{2a}{V_1 T}.$$

Энтропия:

$$S = S_0 + R_0 \ln(V_1 - b) + C_{V_1}^0 \ln T - \frac{a}{V_1 T^2}.$$

Уравнение адиабаты:

$$T(V_1 - b)^{\gamma-1} \exp\left(-\frac{(\gamma-1)a}{R_0 V_1 T^2}\right) = \text{const.}$$

Свободная энергия:

$$F = E_0 - R_0 T \ln(V_1 - b) - C_{V_1}^0 T \ln T - \frac{a}{V_1 T^2}.$$

Теплоемкость газа при постоянном объеме:

$$C_{V_1} = C_{V_1}^0 + \frac{2a}{V_1 T^2}.$$

В отличие от идеального газа и газа Ван дер Ваальса, теплоемкость газа Бертелло зависит от температуры и от молярного объема.

Аналогичные соотношения можно получить и для других уравнений состояния, но интегралы для них в явном виде или не берутся, или имеют громоздкий вид. Например, для уравнения Дитеричи термодинамические функции выражаются через функции Эйри.

$$\text{Вириальное разложение } b = 0, \quad \bar{P} = R_0 T \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n(T)}{V_1^{n+1}}$$

Уравнение состояния вириального разложения имеет вид

$$P = \frac{R_0 T}{V_1} + R_0 T \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n(T)}{V_1^{n+1}}. \quad (12)$$

Внутренняя энергия:

$$E = E_0 - R_0 T^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B'_n(T)}{n V_1^n}.$$

Полученное выражение для внутренней энергии совпадает с приведенным в [2].

Энтропия:

$$S = S_0 + R_0 \ln(V_1 - b) + C_{V_1}^0 \ln T - R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n V_1^n} \frac{d}{dT} (T B_n(T)) \right).$$



Уравнение адиабаты:

$$T(V_1 - b)^{\gamma-1} \exp\left(-(\gamma-1) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{nV_1^n} \frac{d}{dT}(TB_n(T))\right)\right) = const.$$

Свободная энергия Гельмгольца:

$$F = F_0 - R_0 T \ln(V_1 - b) - C_{V_1}^0 T \ln T - \frac{a}{V_1 T^2}.$$

Теплоемкость газа при постоянном объеме:

$$C_{V_1} = C_{V_1}^0 - R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{nV_1^n} \frac{d}{dT}(T^2 B_n'(T))\right).$$

117

Уравнение состояния в виде (12) при $B_n(T) = 0$ переходит в уравнение состояния идеального газа. Этому же требованию должны удовлетворять все соотношения для вириального разложения. Выражение для энтропии и свободной энергии, приведенное в [2], при $B_n(T) = 0$ не переходит в выражение для энтропии идеального газа, что говорит о его неточности. Полученные нами соотношения для энтропии и для свободной энергии переходят в соответствующие уравнения для идеального газа.

Скорость звука в неидеальном газе

Первые расчеты скорости звука в воздухе были сделаны еще Ньютоном, который в теоретических расчетах использовал идею изотермичности процесса распространения звука. Но при сравнении рассчитанной им скорости звука в воздухе при нормальных температуре и давлении результат отличался от экспериментальных значений на 20 %. Экспериментальное значение скорости звука оказалось больше. Лаплас указал на необходимость учитывать тот факт, что процесс распространения звука в воздухе является адиабатическим. Использование формулы, полученной Лапласом $c^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0}$ для идеального газа, дает совпадение с экспериментом.

Зависимость скорости звука для реальных газов от параметров среды усложняется. Характер распространения звука зависит от длины волны. Нужно учитывать молекулярную природу газа, если длина ультразвуковых волн становится очень маленькой. Точные измерения скорости ультразвука в газах привели к открытию нового явления. Было обнаружено, что в многоатомных газах при достаточно высоких ультразвуковых частотах скорость ультразвука претерпевает изменения, для таких газов имеет место дисперсия ультразвука. Одновременно с увеличением скорости ультразвука увеличивается его поглощение [8 –



10]. Расчеты скорости звука для неидеальных газов показывают [6], что получаемое значение в определенном диапазоне температуры и давления лучше согласуется с экспериментом, чем для идеального газа. Однако формулы, полученные в [6], справедливы только при малых давлениях.

Используем хорошо известное соотношение для квадрата адиабатической скорости звука

$$c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s.$$

118

Перейдем к молярному объему $V_1 = \frac{V}{\nu} = \frac{M}{\rho}$, где V – объем, ν – число молей, M – молярная масса вещества.

$$c^2 = -\frac{V_1^2}{M} \left(\frac{\partial P}{\partial V_1} \right)_s.$$

От переменных (V_1, S) перейдем к переменным (V_1, T) с помощью метода якобианов:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V_1} \right)_s = \left(\frac{\partial P}{\partial V_1} \right)_T - \frac{T}{C_{V_1}} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{V_1} \left(\frac{\partial S}{\partial V_1} \right)_T$$

и воспользуемся соотношением Максвелла:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V_1} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{V_1}.$$

Получаем для квадрата адиабатической скорости:

$$c^2 = \frac{V_1^2}{M} \left(\frac{T}{C_{V_1}} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{V_1}^2 - \left(\frac{\partial P}{\partial V_1} \right)_T \right). \quad (13)$$

В формуле (13) скорость звука зависит от температуры и молекулярного объема, которые связаны термическим уравнением состояния $P = P(V_1, T)$. Чтобы исключить молекулярный объем V_1 , можно рассматривать эти два уравнения как параметрически заданные: $c = c(V_1, T)$; $P = P(V_1, T)$. Это позволит исследовать зависимости скорости звука в среде от температуры или давления с помощью Maple.

Для идеального газа из (13) получаем формулу Лапласа для скорости звука.

Для уравнения состояния газа Ван дер Ваальса (11) для квадрата скорости звука из (13) получаем:

$$c^2 = \frac{\gamma R_0 V_1^2 T}{\mu (V_1 - b)^2} - \frac{2a}{\mu V_1}. \quad (14)$$



Из уравнения состояния Ван дер Ваальса, выразив температуру и подставив в (14), получим зависимость скорости звука в газе Ван дер Ваальса от давления:

$$c^2 = \frac{\gamma R_0 V_1^2 P}{\mu (V_1 - b)^2} - \frac{a}{M} \left(\frac{\gamma}{V_1 - b} - \frac{2}{V_1} \right). \quad (15)$$

Ниже (рис. 1–3) представлены графики, построенные по формуле (15), символом «+» показаны экспериментальные данные из [11].

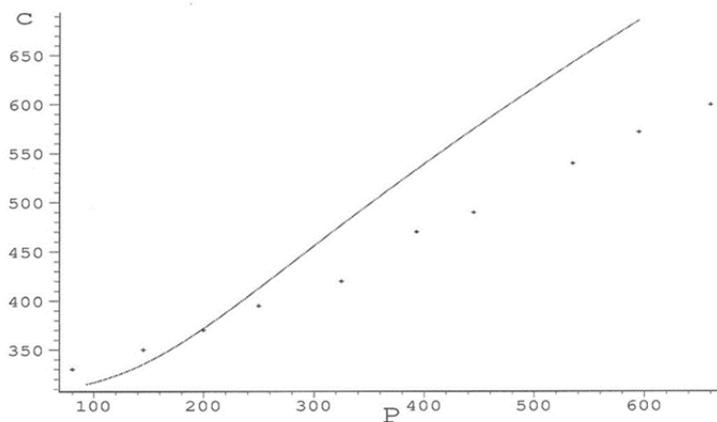


Рис. 1. Зависимость скорости звука от давления для аргона (скорость звука c вычислена в м/с, давление P в атм) при $T_0 = 273$ К

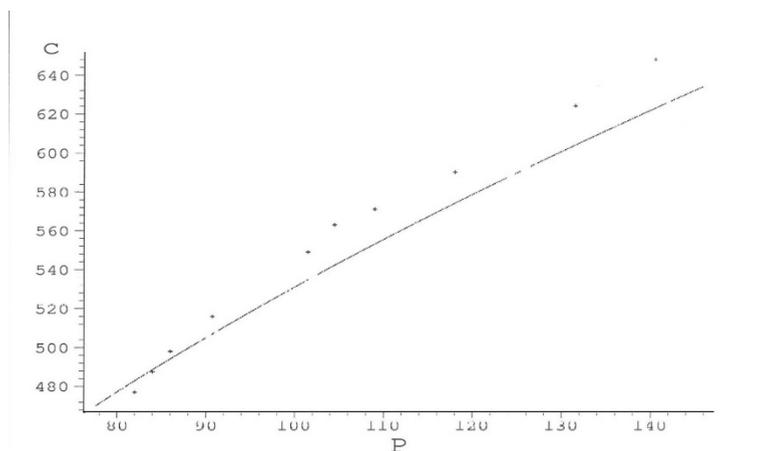


Рис. 2. Зависимость скорости звука от давления для этана (скорость звука c вычислена в м/с, давление P в атм), при $T_0 = 273$ К

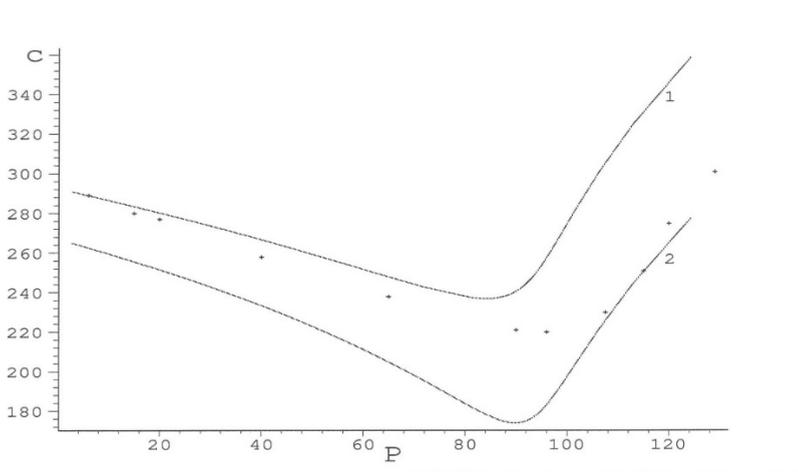


Рис. 3. Зависимость скорости звука от давления для углекислого газа (скорость звука c вычислена в м/с, а давление P в атм), при $T_0 = 323,8$ К

На рисунках 1 и 2 показано, что наши расчеты дают хорошее согласие с экспериментальными данными вплоть до давлений в несколько сот атмосфер.

На рисунке 3 первой кривой соответствует постоянная адиабаты $\gamma = 7/5$, что отвечает возбуждению трех поступательных и одной колебательной степеней свободы. Второй кривой соответствует постоянная адиабаты $\gamma = 7/6$, что отвечает возбуждению всех степеней свободы: поступательных, вращательных и колебательных. Отметим, что первая кривая лучше соответствует эксперименту в области малых давлений, а вторая — в области больших давлений. Это может объясняться тем, что при больших давлениях столкновения между молекулами происходят чаще, что повышает эффективность возбуждения внутренних степеней свободы. Это, в свою очередь, будет проявляться как убывь постоянной адиабаты γ .

Аналогичные формулы получены для газов с уравнениями состояния в форме Бертелло, Дитеричи, вириального разложения и др. Следует также отметить, что сравнение теоретических результатов для вириального разложения и экспериментальных данных по зависимости скорости звука в различных газах от давления при различных температурах позволяет, в принципе, установить температурную зависимость вириальных коэффициентов.

При подготовке статьи использованы разработки Д.А. Верещагина, кандидата физико-математических наук, доцента Калининградского государственного университета (ныне БФУ им. И. Канта).

Список литературы

1. Щеголев И.Ф. Элементы статистической механики, термодинамики и кинетики. М., 1996.
2. *Studies in statistical mechanics* / ed. by J. de Boer and G.E. Uhlenbeck. 1972. Vol. 2.



3. Пригожин И., Кондепуди В. Современная термодинамика. М., 2002.
4. Tuzel E., Ihle Th., Kröll D. Constructing thermodynamically consistent models with a non-ideal equation of state // Mathematics and Computers in Simulation. 2006. Vol. 72, iss. 2–6, 9. P. 232–236. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2006.05.033>.
5. Gabdullin M.T., Ramazanov T.S., Muratov M. M. et al. Structural Characteristics and Equation of State of the Complex Plasmas // Contrib. Plasma Phys. 2015. Vol. 55, iss. 5, P. 366–372. <https://doi.org/10.1002/ctpp.201400090>.
6. Leble S., Perelomova A., Ku'smirek-Ochrymiuk M. Nonlinear parameters and sound speed in acoustics and its evaluation for real gases and liquid // Hydroacoustics. 2001. Vol. 4. P. 139–142.
7. Полтораки О.М. Термодинамика в физической химии. М., 1991.
8. Красильников В.А. Звуковые и ультразвуковые волны. М., 1960.
9. Flugge S. Encyclopedia of Physics. Vol. XI/1. Acoustics I. Berlin ; Gottingen ; Heidelberg, 1961.
10. Таблицы физических величин : справочник / под ред. И.К. Кикоина. М., 1976.

Об авторе

Ирина Сергеевна Верещагина — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский государственный университет им. И. Канта, Калининград, Россия.
E-mail: ver_is@mail.ru

I. S. Vereshchagina

BASIC THERMODYNAMIC PARAMETERS IN A NON-IDEAL GAS AND THE SPEED OF SOUND BASED ON VARIOUS EQUATIONS OF STATE

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Received 31 January 2022

Accepted 13 February 2022

To cite this article: Vereshchagina I.S. 2022, Basic thermodynamic parameters in a non-ideal gas and the speed of sound based on various equations of state, *Vestnik of Immanuel Kant Baltic Federal University. Series: Physical-mathematical and technical sciences*, № 1. P. 108–121.

The paper derives explicit relations for thermodynamic quantities and the adiabatic equation for a gas described by the equation of state of the most general form. Explicit formulas are given for the most known equations of state. As an example, the nature of the behavior of the speed of sound as a function of temperature and pressure for the Van der Waals gas is investigated and the obtained results are compared with experimental data. The analysis showed that the obtained formulas describe the speed of sound much better in a wide range of pressures and temperatures.

Keywords: thermodynamics, Van der Waals gas, equation of state, imperfect gas

The author

Dr Irina S. Vereshchagina, Associate Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

E-mail: ver_is@mail.ru

ТРЕБОВАНИЯ И УСЛОВИЯ ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ В ВЕСТНИКЕ БФУ ИМ. И. КАНТА

Правила публикации статей в журнале

1. Представляемая для публикации статья должна быть актуальной, обладать новизной, содержать постановку задач (проблем), описание основных результатов исследования, полученных автором, выводы, а также соответствовать правилам оформления.

2. Материал, предлагаемый для публикации, должен быть оригинальным, не публиковавшимся ранее в других печатных изданиях. При отправке рукописи в редакцию журнала автор автоматически принимает на себя обязательство не публиковать ее ни полностью, ни частично без согласия редакции.

3. Рекомендованный объем статьи — не менее 20 тыс. знаков.

4. Список литературы должен составлять от 15 до 30 источников, не менее 50 % которых должны представлять современные (не старше 10 лет) публикации в изданиях, рецензируемых ВАК и (или) международных изданиях. Оптимальный уровень самоцитирования автора — не выше 10% от списка использованных источников.

5. Все присланные в редакцию работы проходят процедуру двойного «слепого» рецензирования, а также проверку системой «Антиплагиат», по результатам которых принимается решение о возможности включения статьи в журнал.

6. Статьи на рассмотрение принимаются в режиме онлайн. Для этого авторам нужно зарегистрироваться на портале Единой редакции научных журналов БФУ им. И. Канта http://journals.kantiana.ru/submit_an_article и следовать подсказкам в разделе «Подать статью онлайн».

7. Решение о публикации (или отклонении) статьи принимается редакционной коллегией журнала после ее рецензирования и обсуждения.

8. Автор имеет право публиковаться в одном выпуске «Вестника Балтийского федерального университета им. И. Канта» один раз; второй раз в соавторстве — в исключительном случае, только по решению редакционной коллегии.

Комплектность и форма представления авторских материалов

1. Статья должна содержать следующие элементы:

1) индекс УДК — должен достаточно подробно отражать тематику статьи (основные правила индексирования по УДК см.: <http://www.naukapro.ru/metod.htm>);

2) название статьи строчными буквами на русском и английском языках (до 12 слов);

3) аннотацию на русском и английском языках (150–250 слов). Располагается перед ключевыми словами после заглавия;

4) ключевые слова на русском и английском языках (4–8 слов / словосочетаний). Располагаются перед текстом после аннотации;

5) список литературы оформляется в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008;

6) сведения об авторах на русском и английском языках (Ф.И.О. полностью, ученые степени, звания, должность, место работы, e-mail, контактный телефон, ORCID);

7) сведения о языке текста, с которого переведен публикуемый материал.

2. Ссылки на литературу в тексте статей даются только в квадратных скобках с указанием номера источника из списка литературы, приведенного в конце статьи: первая цифра — номер источника, вторая — номер страницы (например: [12, с. 4]).

3. Рукописи, не отвечающие требованиям, изложенным в пункте 1, в печать не принимаются, не редактируются и не рецензируются.

Общие правила оформления текста

Авторские материалы должны быть подготовлены в электронной форме в формате листа А4 (210×297 мм). Все текстовые авторские материалы принимаются исключительно в формате doc и docx (Microsoft Office). Подробная информация о правилах оформления текста, в том числе таблиц, рисунков, ссылок и списка литературы, размещена на сайте Единой редакции научных журналов БФУ им. И. Канта: <http://journals.kantiana.ru/vestnik/monograph/>

Порядок рецензирования рукописей статей

1. Все научные статьи, поступившие в редколлегию Вестника БФУ им. И. Канта, подлежат обязательному рецензированию. Отзыв научного руководителя или консультанта не может заменить рецензии.

2. Ответственный редактор серии определяет соответствие статьи профилю журнала, требованиям к оформлению и направляет ее на рецензирование специалисту, доктору или кандидату наук, имеющему наиболее близкую к теме статьи научную специализацию.

3. Сроки рецензирования в каждом отдельном случае определяются ответственным редактором серии с учетом создания условий для максимально оперативной публикации статьи.

4. В рецензии освещаются следующие вопросы:

а) соответствует ли содержание статьи заявленной в названии теме;

б) насколько статья соответствует современным достижениям научно-теоретической мысли;

в) доступна ли статья читателям, на которых она рассчитана, с точки зрения языка, стиля, расположения материала, наглядности таблиц, диаграмм, рисунков и формул;

г) целесообразна ли публикация статьи с учетом ранее выпущенной по данному вопросу литературы;

д) в чем конкретно заключаются положительные стороны, а также недостатки статьи, какие исправления и дополнения должны быть внесены автором;

е) рекомендуется (с учетом исправления отмеченных рецензентом недостатков) или не рекомендуется статья к публикации в журнале, входящем в Перечень ведущих периодических изданий ВАК.

5. Рецензирование проводится конфиденциально. Автор рецензируемой статьи может ознакомиться с текстом рецензии. Нарушение конфиденциальности допускается только в случае заявления рецензента о недостоверности или фальсификации материалов, изложенных в статье.

6. Если в рецензии содержатся рекомендации по исправлению и доработке статьи, ответственный редактор серии направляет автору текст рецензии с предложением учесть их при подготовке нового варианта статьи или аргументированно (частично или полностью) их опровергнуть. Доработанная (переработанная) автором статья повторно направляется на рецензирование.

7. Статья, не рекомендованная рецензентом к публикации, к повторному рассмотрению не принимается. Текст отрицательной рецензии направляется автору по электронной почте или через личный кабинет онлайн-редакции журнала.

8. Наличие положительной рецензии не является достаточным основанием для публикации статьи. Окончательное решение о целесообразности публикации принимается редколлегией серии.

9. После принятия редколлегией серии решения о допуске статьи к публикации ответственный секретарь серии информирует об этом автора и указывает сроки публикации. Текст рецензии направляется автору по электронной почте или через личный кабинет онлайн-редакции журнала.

10. Оригиналы рецензий хранятся в редколлегии серии и редакции «Вестника Балтийского федерального университета им. И. Канта» в течение пяти лет.

Научное издание

ВЕСТНИК
БАЛТИЙСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
им. И. КАНТА

Серия

Физико-математические и технические науки

2022

№ 1

Редактор *Д. А. Малеваная*
Компьютерная верстка *Г. И. Винокуровой*

Подписано в печать 14.02.2023 г.
Формат 70×108 ¹/₁₆. Усл. печ. л. 10,9
Тираж 300 экз. (1-й завод 40 экз.). Цена свободная. Заказ 24

Издательство Балтийского федерального университета им. Иммануила Канта
236022, г. Калининград, ул. Чернышевского, 56